

ONDELETTE: UNA APLICACION PARA CARACTERIZAR LA BRISA MARINA SUPERFICIAL EN EL GOLFO DE ARAUCO (CHILE).**CARLOS PICARTE¹, MANUEL CONTRERAS¹ & ALEJANDRO URRUTIA²**

ABSTRACT: Picarte, C.; Contreras M. & A. Urrutia. 1996. Ondelette: an application to characterize the surficial sea breeze in the gulf of Arauco (Chile). *Revista de Biología Marina, Valparaíso* 31(2): 123-138.

The Ondelette transformation is a mathematical tool used for time-series filtration, in an efficient numerical and computational form, by contrasting with other mathematical filters based on moving averages, Fourier transformation, etc. The main feature of this technique is that permits an eminently local analysis, isolating and improving the study of transient phenomena, which are normally showed in signal irregularities of time-series.

The main objective for the use of this mathematical tool, is to remove the time-series noise, without important information loss. In this paper, the Ondelette transformation was used, related to the detection of periodic processes in meteorological time-series, e.g., surface sea breeze (SSB). The wind time-series data set (speed and direction), were obtained from the central Chile coastal zone, near Punta Hualpén (36° 45' S; 73° 11' W), located approximately 10 m on the sea surface level, and Santa María island (37° 02' S; 73° 30' W) at 50 m, on the sea surface level. The data set were recorded in 1991, during the summer period, when the southwesterly winds are dominant.

The methodology used in this paper included a time-series filtration, using a Mallat's algorithm (orthonormally Ondelettes) and, afterwards, to carry out a basical statistic analysis, time-series rotational spectrum analysis (as a classical form), and to plot SSB's ellipses for hodographic representation.

Results reveal peaks of maximum energy associated with both diurnal (± 0.042 cph) and semi-diurnal (± 0.084 cph) frequencies, showing SB and terrestrial breeze processes. The analysis of data showed the highest peaks associated to positive frequencies, revealing an anti-clockwise gyre of the wind, showing the influence of Coriolis force on the SSB's flux orientation.

Keywords: Ondelette transformation, time series, rotational spectrum, marine breeze.

RESUMEN: Picarte, C.; Contreras M. & A. Urrutia. 1996. Ondelette: una aplicación para caracterizar la brisa marina superficial en el golfo de Arauco (Chile). *Revista de Biología Marina, Valparaíso* 31(2): 123-138.

La transformada de Ondelette es una herramienta matemática que se utiliza para filtrar series de tiempo en una forma numérica y computacionalmente eficiente, en contraposición con los filtros basados en promedios móviles, ventana de Fourier, etc. Esta técnica se caracteriza por ser eminentemente local lo que le permite aislar y estudiar con más propiedad los fenómenos transitorios que aparecen normalmente en las irregularidades de las señales. La utilización de esta herramienta tiene como objetivo, extraer el ruido de los registros de series de tiempo sin perder información relevante, como sucede cuando se aplican técnicas tales como promedios estáticos o móviles para suavizar los datos.

1) Depto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío Bío, Casilla 4024 Correo 3, Concepción, Chile.

2) Depto. de Estudios Ambientales, Instituto de Investigación Pesquera Octava Región S.A., Casilla 350, Talcahuano, Chile.

Con el objetivo de ilustrar la utilización de esta técnica en la detección de procesos periódicos en series de tiempo meteorológicas, como por ejemplo la brisa marina superficial (BMS), se seleccionaron series de vientos horizontales, dirección y rapidez, obtenidos en el área costera de la Octava Región, Chile, en las estaciones Punta Hualpén (36° 45' S; 73° 11' W), ubicada aproximadamente a 10m sobre el nivel del mar e Isla Santa María (37° 02' S; 73° 30' W), ubicada aproximadamente a 50m sobre el nivel del mar. Los registros constituyen series obtenidas durante el año 1991, en el periodo estival, de dominancia de los vientos del S-SW (enero).

La metodología utilizada consistió en el filtrado de las series, utilizando el algoritmo de Mallat (Ondeletteortonormales), para posteriormente proseguir con el análisis clásico: la realización de una estadística básica, análisis de espectro rotacional de las series de tiempo y construcción de las elipses de la BMS para la representación hodógrafa.

Los resultados indican que las máximas energías se observan en las frecuencias diurnas ($\text{pm} \pm 0,042 \text{ cph}$) y semidiurnas ($\text{pm} \pm 0,084 \text{ cph}$), evidenciando procesos de BMS y brisa terrestre. Los de máximos son significativamente mayores en el dominio de las frecuencias positivas, lo que evidencia un giro neto del viento en sentido anti-horario, dejando de manifiesto la influencia de la fuerza de coriolis sobre la orientación del flujo de la BMS.

Palabras claves: transformada de Ondelette, serie de tiempo, espectro rotacional, brisa marina.

INTRODUCCIÓN

Series de tiempo oceanográficas y climatológicas, de corto intervalo de muestreo, suelen contener perturbaciones debido a fenómenos de alta frecuencia y a problemas instrumentales, conocidos como ruido de la señal, los cuales pueden ocultar la tendencia central de la serie. Para evitar esto normalmente se aplican técnicas como son las de obtener promedios, ya sea estáticos o móviles, lo cual regulariza la serie de datos, pero a costa de perder valiosa información debido a que este estadístico es sensible a los valores extremos, lo que hace perder tanto las altas frecuencias (ruidos) como las bajas frecuencias que se quieren estudiar. Otro tipo de técnicas son las basadas en la ventana de Fourier que mejoran lo anterior, pero con gran costo computacional. Dado que Fourier está localizado en frecuencias y no en el tiempo, requiere además para su aplicación conocer la señal completa.

En 1984, A. Grossmann & J. Morlet desarrollaron empíricamente una técnica para filtrar una señal mediante un filtro de paso bajo, logrando con esto eliminar las altas

frecuencias, es decir el ruido de la señal. En el año 1985, Y. Meyer formalizó esta técnica, traduciendo en lo que se conoce hoy en día como "transformada de Ondelette".

La revolución provocada por este tipo de análisis descansa primordialmente en el hecho de que la "transformada de Ondelette" tiene un carácter eminentemente local, en contraposición con el carácter global de la transformada de Fourier, lográndose así aislar y estudiar con más propiedad los fenómenos transitorios que aparecen normalmente en las irregularidades de las señales, los que se pierden al suavizarse con las técnicas usuales.

La "transformada de Ondelette" ha sido utilizada con éxito en estudios en las áreas de medicina (Gunther *et al.* 1993), comunicaciones, señales eléctricas, tratamiento de imágenes (Smith & Barnwell 1986, Mallat 1987), y en general en cualquier serie de tiempo estudiada utilizando la ventana de Fourier. En el presente estudio se muestra la utilización de la "Transformada de Ondelette" en series de tiempo meteorológicas, con el objetivo de caracterizar procesos periódicos de escala diaria, como por

ejemplo la brisa marina superficial (BMS). Para tal efecto se seleccionó un registro de vientos obtenidos en el área costera de Chile Centro-Sur, dentro de la época estival.

La región de Chile Centro-Sur se caracteriza por presentar el clima y la meteorología más variable de Chile. Esto debido a que sobre ella actúan los centros de acción meteorológica más importantes de todo el litoral central: el Anticiclón del Pacífico Sur, las Bajas Subpolares, la Baja Costera y la profundización de la Depresión Continental (Saavedra 1980, Rutllant 1983, Aceituno 1985). Tanto la meteorología como la climatología vienen determinadas, en la escala que se considere, por el predominio de uno u otro de estos centros. En la escala sinóptica, por ejemplo, en predominancia del anticiclón del Pacífico Sur, en verano, con vientos del sector S-SW, se tiene condiciones propicias para la aparición de la surgencia costera (Alarcón 1970, Ahumada & Chuecas 1979, Díaz 1980, Arcos & Navarro 1986, Djurfeldt 1989, Arcos *et al.* 1995¹). Lo contrario, en invierno la influencia del anticiclón del Pacífico Sur no es dominante, lo que implica un predominio del viento norte y por lo tanto una relajación del proceso de surgencia costera. Dentro de la variabilidad diaria del viento sinóptico en la región del Biobío, se reconoce a la BMS como un proceso que contribuye en gran medida en la determinación de las características meteorológicas y oceanográficas del área costera (Blanco 1984, Arcos & Navarro 1986, Brito & Figueroa 1993, Urrutia *et al.* 1993, Herrera 1994, Ruiz 1995), por lo que su caracterización contribuye a comprender y cuantificar su influencia en los procesos dinámicos costeros.

La BMS es básicamente una circulación de mesoescala producida por el contraste térmico entre la superficie terrestre y el océano. Dado que durante el día la radiación solar eleva la temperatura de la superficie terrestre más rápidamente que en la superficie del mar, se produce un gradiente horizontal de temperatura y densidad, el que genera un gradiente de presión, y por lo tanto una fuerza resultante de mar a tierra (Reyes & Pares 1983, Malet & Arancibia 1983). Esta fuerza de gradiente de presión causa que el aire más frío y denso sobre el mar fluya hacia la costa bajo el aire más cálido y ligero de la tierra. Por continuidad, se origina a cierta altura una corriente de retorno de tierra a mar, generándose subsidencia sobre el mar y convección sobre la tierra (Fig. 1). Al caer la tarde, la tierra y su capa superficial de aire se enfrían más rápidamente que el mar y su capa superficial de aire, desarrollándose una circulación inversa a la descrita anteriormente. Esta corriente es, en general, de menor intensidad y extensión horizontal y vertical que la BMS debido principalmente a un menor gradiente horizontal de temperatura y de densidad entre el mar y tierra (Reyes & Pares 1983).

La circulación de la BMS se ve afectada por varios factores, como son la fuerza de Coriolis, el viento sinóptico, la topografía y un gradiente horizontal de temperatura entre la superficie del mar y la tierra (Neumann 1977, Reyes & Pares 1983, Malet y Arancibia 1983, Herrera 1994, Ruiz 1995, Munn 1966; citado por Reyes & Pares 1983, Riehl 1954; citado por Reyes & Pares 1983, Urrutia *et al.* 1995).

En cuanto a los estudios observacionales realizados en la región del Biobío sobre la BMS se conocen los de Herrera (1994), Ruiz (1995) y Urrutia *et al.* (1995), quienes en general encuentran que la BMS se presenta con mayor frecuencia e intensidad durante el

¹ Arcos, D.; Urrutia, A. & S. Muñoz 1995. XV Jornadas de Ciencias del Mar, Coquimbo, pag. 66 (Libro de Resúmenes).

período estival, debido fundamentalmente a la presencia del viento sinóptico (predominancia del viento S-SW) y al marcado

contraste térmico entre la superficie del mar y la tierra en esa época del año.

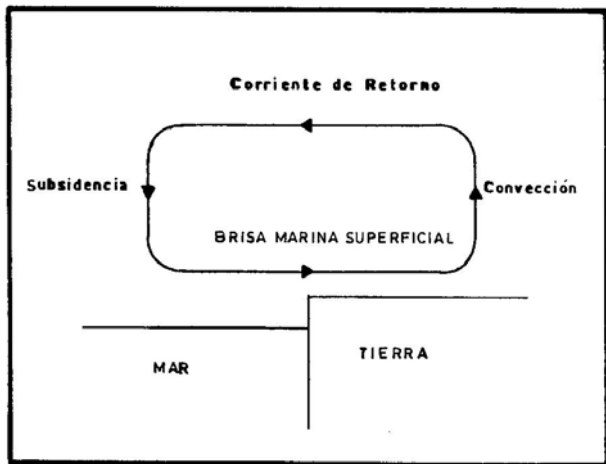


Figura 1. Esquema conceptual de la circulación de la brisa marina superficial.

MATERIALES Y METODOS

MEDICIONES DE VIENTOS

Los datos en estudio constituyen series de rapidez y dirección del viento medidas en metros por segundo y grados sexagesimales, respectivamente, registradas en estaciones del área costera de la octava región. La estación continental Hualpén está ubicada en la Pta. Hualpén ($36^{\circ} 45' S$; $73^{\circ} 11' W$) a una altura aproximada de 50m sobre el nivel del mar, mientras que la estación insular Sta. María

está ubicada en la isla Sta. María ($37^{\circ} 02' S$; $73^{\circ} 30' W$) a una altura aproximada de 10m sobre el nivel del mar (Fig. 2).

Los registros constituyen series obtenidas durante el período estival, en enero de 1991, (dominancia de los vientos del S-SW). Estos fueron registrados en memoria sólida con anemómetros del tipo Delta-T device año 1990 y fueron proporcionados por el Laboratorio de Meteorología del Centro EULA-Chile, Concepción.

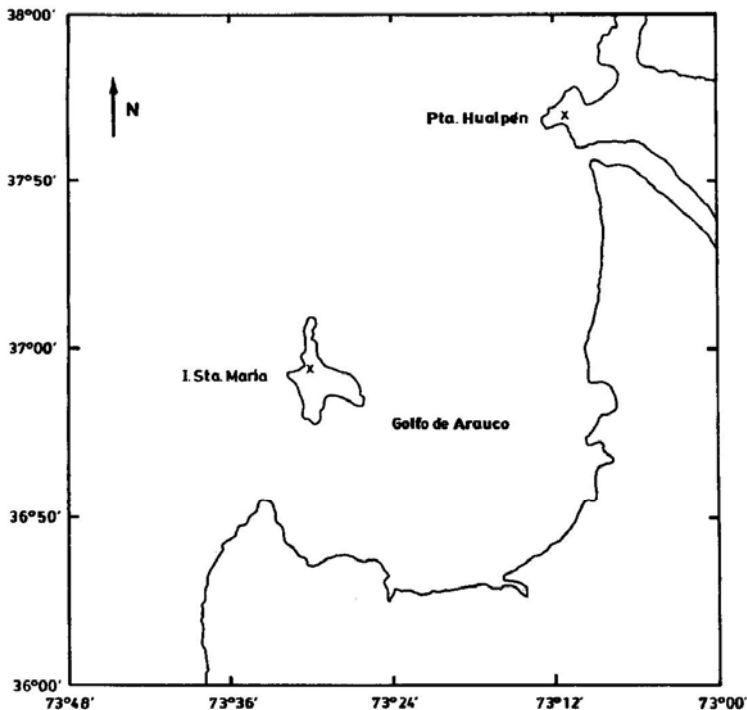


Figura 2. Área de estudio: X indica la ubicación de los instrumentos.

ANÁLISIS DE LA INFORMACION

Las series de rapidez y dirección fueron combinadas para obtener los componentes cartesianos de velocidad, conservando la orientación geofísica, es decir con el 0° al norte y sentido horario, con lo que se obtiene

$$V_x = r \sin \theta \quad (1)$$

$$V_y = r \cos \theta \quad (2)$$

donde r es la rapidez, θ es la dirección y V_x , V_y son los componentes de la velocidad en las direcciones este-oeste y norte-sur, respectivamente. Posteriormente cada componente fue filtrada en forma independiente, con la técnica de la "Transformada de Ondelette".

Una vez filtradas las series, cada pareja de componentes es sometida al análisis de una estadística básica y del espectro rotacional.

FILTRADO POR ONDELETES

El filtrado de las series se realizó mediante la Transformada de Ondelette, utilizando el algoritmo unidimensional de S. Mallat (Mallat 1987, Mallat 1989) con una Ondelette de orden H10, adaptada a series de tiempo climatológicas y oceanográficas por Picarte *et al.* (1995)², la que se aplicó a las series de los componentes cartesianos V_x y V_y del viento, obteniendo una resolución hasta el orden de 2^{-4} .

ESTADISTICA BASICA DE LAS SERIES FILTRADAS SERIES MENSUALES.

La estadística básica se realizó sobre las series filtradas. Para el caso de la rapidez y los componentes de la velocidad del viento, (V_x y V_y) ésta consiste en la obtención de los valores de tendencia central (media y moda) y los valores de dispersión (varianza, desviación estándar y rango). En el análisis de la dirección se realizó un estudio porcentual de frecuencia de ocurrencia por cuadrante.

DIA TIPICO

A partir de los datos filtrados se construyó el día típico de la BMS, desde las 08:00 a 22:00 hrs. Para el caso de la rapidez se obtuvo el promedio y desviación estándar de ésta, considerando el registro horario de la intensidad durante el mes en estudio. Respecto al análisis de la dirección se realizó un estudio porcentual de frecuencia de ocurrencia por cuadrante.

ANALISIS POR ESPECTRO ROTACIONAL

Es bien conocido que el análisis del Espectro Rotacional es una herramienta muy útil para

analizar la energía de una serie de tiempo (Reyes & Pares 1983, Gonella 1972). Ello se debe a que, a diferencia del análisis espectral clásico, se tiene la propiedad de invarianza de varios parámetros estadísticos con respecto a la rotación del sistema de referencia. Este método permite además encontrar para cada banda de frecuencia las elipses componentes del movimiento (Arancibia 1982, Malet & Arancibia 1983), las que tienen una representación gráfica muy natural del movimiento del viento.

El método de espectros rotacionales consiste básicamente en descomponer el vector bidimensional de velocidad horizontal en un plano complejo:

$$\omega = V_x + iV_y = \omega e^{i\pi\sigma t} \quad (3)$$

donde V_x y V_y son los componentes perpendicular y paralela a la costa del vector velocidad horizontal, respectivamente. A su vez, cada componente de velocidad es descompuesto en la forma de una serie armónica de Fourier. Después de un manejo algebraico, se tiene:

$$\omega = \omega + e^{i\sigma t} + \omega - e^{-i\sigma t} \quad (4)$$

$$\omega - = \frac{1}{2} [a_1 - b_2 + ia_2 + ib_1] \quad (5)$$

$$\omega + = \frac{1}{2} [a_1 + b_2 + ia_2 - ib_1] \quad (6)$$

Aquí $\omega -$ y $\omega +$ representan el componente horario y antihorario del movimiento, respectivamente, y a_1, a_2, b_1 y b_2 son los coeficientes de Fourier.

Así, la potencia total de la serie es dividida en dos movimientos circulares con fase y magnitud propias para cada banda de frecuencia, que se interpretan como la varianza de la rotación en el sentido horario (frecuencias negativas) y en el sentido anti-

² Picarte, C.; Contreras, M.; & A. Urrutia, XV Jornadas de Ciencias del Mar, Coquimbo, pag. 92 (Libro de Resúmenes).

horario (frecuencias positivas). Con esta descomposición se obtiene la propiedad de invarianza para muchos parámetros estadísticos, no importando el eje de referencia que se elija inicialmente.

El espectro rotacional es un gráfico de $2 \cdot T \cdot \omega^2$ versus frecuencia, en la frecuencia positiva, y $2 \cdot T \cdot \omega^2$ versus frecuencia, en la frecuencia negativa, donde T es la longitud total del registro temporal. Las elipses también se construyen en base a $\omega + y\omega -$, teniéndose que $|\omega_+ + \omega_-|$ es la longitud del semi-eje mayor y $|\omega_+ - \omega_-|$ es la longitud del semi-eje menor.

El análisis de espectro rotacional se aplicó a todas las series en estudio, previa filtración de éstas por medio de la Transformada de Ondelette.

RESULTADOS

FILTRADO SERIES DE VIENTOS

La Figura 3 representa la serie inicial, la cual muestra la significativa aparición de fenómenos de altas frecuencias, los cuales no permiten visualizar con claridad la tendencia central de la serie. La figura 4, en cambio, muestra la serie filtrada, observándose con nitidez la tendencia central de ésta.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO SERIES DE VIENTOS

En la Tabla 1 se muestra algunos estadígrafos básicos de tendencia central y variabilidad de las series de tiempo, considerando los componentes V_x (este-oeste) y V_y (norte-sur), y el módulo de la velocidad. Respecto a la rapidez, se observa una buena concordancia entre los estimadores de tendencia central, lo que evidencia un comportamiento simétrico de ésta.

Respecto a las series de tiempo de los componentes del viento filtrado (Fig. 4), se observa que los vientos registrados en la estación Punta Hualpén son mayores en intensidad, aproximadamente el doble, que aquellos observados en la estación isla Sta. María y una dominancia de los vientos del S-SW (Tabla 2) con una marcada periodicidad (≈ 24 horas), lo cual evidencia claramente la aparición de la BMS, especialmente en el componente este-oeste.

ANÁLISIS ESPECTRO ROTACIONAL

De las gráficas del espectro rotacional (Fig. 5) es posible observar que, existen dos frecuencias significativas, diurna ($\pm 0,042$ [cph]) y semidiurna ($\pm 0,084$ [cph]), siendo la primera de mayor energía que la segunda.

Los *peaks* de máximos son significativamente mayores en el dominio de las frecuencias positivas, lo que evidencia un giro neto del viento en el sentido antihorario.

Los *peaks* asociados a las frecuencias diurnas y semidiurnas, en todos los casos de estudio, se presentan con mayor intensidad en la estación continental que en la estación insular.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DÍA TÍPICO

Respecto a la intensidad del viento observada en la estación Pta. Hualpen (Fig. 6-A) se observa un significativo aumento de esta desde 6m/s a las 11:00 hrs hasta 10m/s a las 20:00 hrs, y a partir de entonces la intensidad tiende a disminuir. En el caso de la intensidad observada en la estación isla Sta. María (Fig. 6-B), se observa que esta aumenta desde muy temprano (09:00 hrs) hasta alcanzar un máximo en aproximadamente 15:00 hrs. despues de ésta, la intensidad tiende a disminuir.

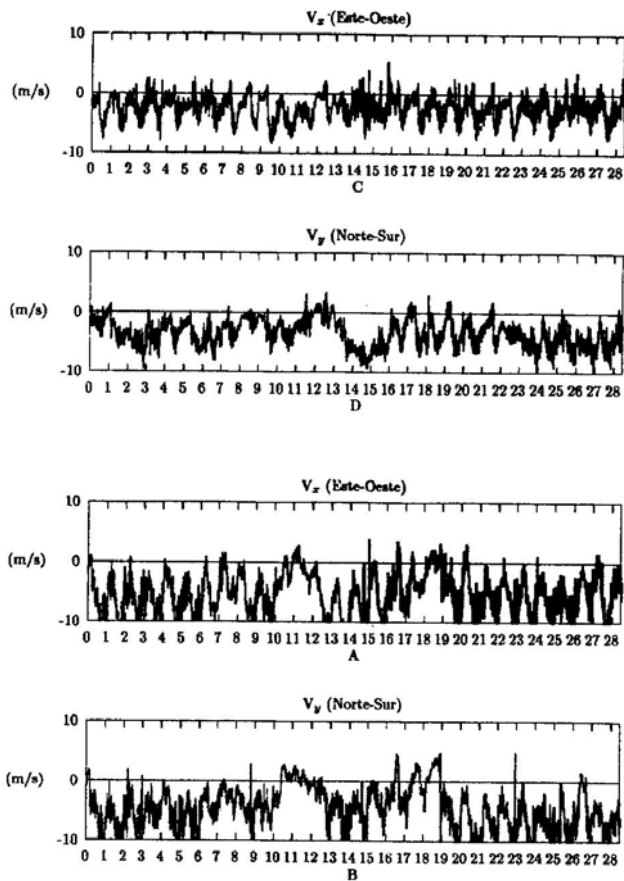


Figura 3. Series crudas, componentes de la velocidad del vientos A y B: Pta. Hualpén; C y D: isla Sta. María.

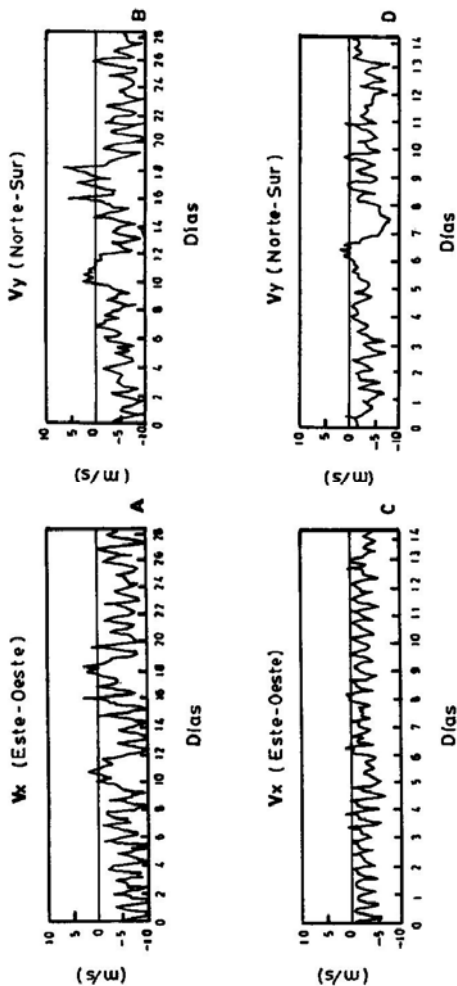


Figura 4. Componentes del viento, cuarta transformada. A y B: Pta. Hualpén, C y D: isla Sta. María. enero 1991.

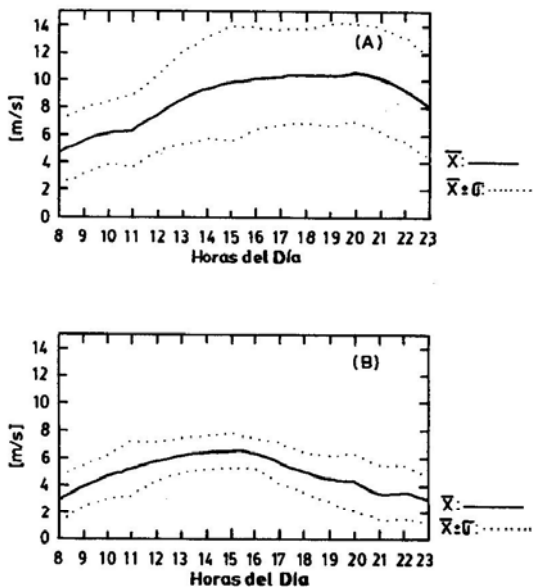


Figura 5. Intensidad del viento día típico de enero, (Punta Hualpén) (A) e isla Sta. María (B).

Tabla 1: Estadística básica mes de enero.

estadig	PUNTA HUALPEN			ISLA SANTA MARIA		
	RAP ([m/s])	V_x	V_y	RAP ([m/s])	V_x	V_y
X_n	7,43	-5,25	-4,57	3,38	-1,88	-2,47
Mo	7,12	-5,12	-4,74	3,39	-1,39	-2,10
$\sigma^2 n-1$	14,29	10,59	10,61	6,69	3,37	5,08
$\sigma^2 n-1$	3,78	3,25	3,26	2,59	1,84	2,26
Máximo	16,51	2,96	6,06	8,67	1,37	1,78
Mínimo	0,19	-13,71	-12,36	0,00	-8,25	
Rango	16,32	16,67	18,42	8,67	8,34	10,03
n		4096			4096	

De acuerdo al análisis de frecuencia de la dirección (Tabla 2) se observa que el comportamiento de la intensidad es debido

fundamentalmente a la acción de los vientos provenientes del cuadrante S-SW.

Tabla 2. Porcentajes de ocurrencia de los vientos por cuadrante entre las 08 y 22 horas, en enero de 1991.

COMPONENTES	PUNTA HUALPEN	ISLA SANTA MARIA
0 - 89	4,76%	3,69%
90 - 179	0,00%	0,00%
180 - 269	87,23%	87,53%
270 - 359	8,00%	8,76%

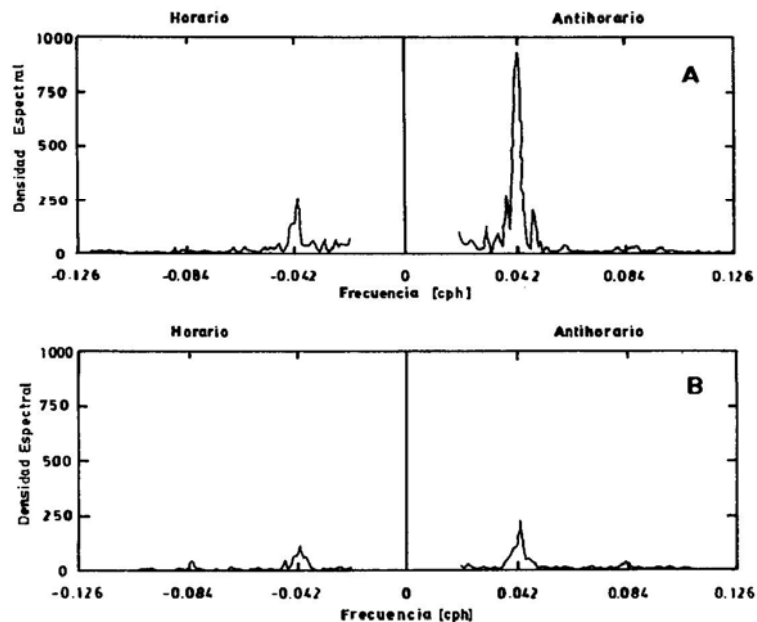


Figura 6. Espectro rotacional del viento durante el mes de enero, estación Punta Hualpén (A) e isla Santa María (B).

ELIPSES COMPONENTES

De la representación gráfica de las elipses componentes, Figura 7, se observa que el vector que describe el movimiento diario (frecuencia diaria), es mayor en magnitud y varianza que el vector que describe el movimiento semidiurno (frecuencia semidiurna).

En cuanto a la orientación del eje mayor de las elipses en Pta. Hualpén, éstas se

orientan preferentemente en la dirección S-SW, paralelo a la costa. En cambio, para la frecuencia semidiurna las direcciones varían entre S-SW y N-NW.

Por otra parte en la estación isla Sta. María los ejes mayores de las elipses asociadas tanto a la frecuencia diaria como semidiurna presentan una alta variabilidad en magnitud y dirección.

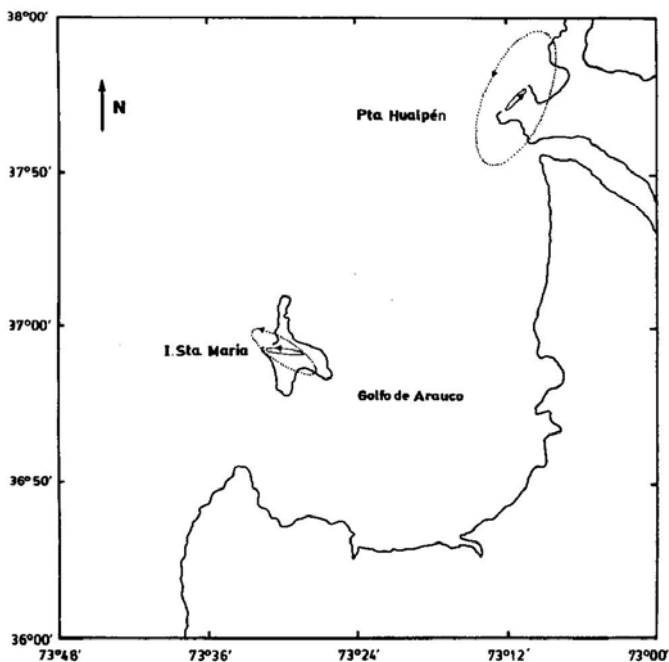


Figura 7. Elipses componentes para frecuencia diaria (línea de puntos) y semidiurna (línea continua). Enero 1991.

DISCUSION Y CONCLUSIONES

De la comparación de los datos crudos con aquellos filtrados, se concluye que el algoritmo de S. Mallat para filtrar las señales ha mostrado ser eficiente en la extracción de fenómenos de alta frecuencia, pues la serie que resulta del proceso de filtración muestra, de manera fiel, la tendencia central de la señal, sin perder información significativa.

De los resultados del análisis de espectro rotatorio se desprende que la BMS es un fenómeno cíclico, con un período de 24 horas, el cual se caracteriza por oscilar en el dominio de las frecuencias positivas, lo que evidencia la influencia de la fuerza de Coriolis sobre la desviación del flujo de ésta hacia la izquierda de su trayectoria. Esto concuerda con las observaciones realizadas por Malet & Arancibia (1983), Herrera (1994) y Ruiz (1995).

La marcada aparición de la BMS se debe fundamentalmente a la persistencia de los vientos del S-SW (Devynck 1970, Saavedra 1980, Ahumada & Chuecas 1979, Arcos *et al.* 1995), y a las altas temperaturas del aire, induciendo éstas últimas a un marcado contraste térmico entre la superficie del mar y del continente (Herrera 1994, Ruiz 1995).

La variabilidad de la dirección del flujo de la BMS, especialmente en la estación Pta. Hualpén, refleja una dependencia del flujo con la orientación de la costa, observándose una orientación preferencial S-SW. En cambio, en la estación isla Sta. María, la dirección preferencial del flujo de la BMS diurna y semidiurna presenta una significativa variabilidad siendo ésta desde el N-NW, dejando así la importancia de la topografía sobre la dirección del flujo.

En conjunto con la topografía costera, el mar circundante a la isla Sta. María y la ubicación de la zona de subsidencia de los vientos sobre el mar, inducirían a que la BMS observada en isla Sta. María sea de menor intensidad y de mayor variabilidad en dirección, respecto a la BMS observada en Pta. Hualpén.

Respecto a la caracterización de un día típico con BMS, durante el período estival, se concluye que: En la estación Pta. Hualpén la BMS comienza a aparecer, aproximadamente, a las 11:00 hrs alcanzando su máxima intensidad a las 20:00hrs. En la estación isla Sta. María la BMS comienza a desarrollarse desde las 09:00 hrs, alcanzando su máxima intensidad a las 16:00 hrs. Las intensidades medias observadas durante el desarrollo de la BMS son de 10 y 6 m/s, en las estaciones Pta. Hualpén e isla Sta. María, respectivamente.

ANEXO

ANALISIS POR ONDELETTES

El objetivo principal de la Transformada de Ondelette es descomponer una señal $s(t)$ arbitraria en sus constituyentes elementales.

Consideremos una función suave arbitraria ψ , llamada Ondelette Madre y que está bien localizada en el dominio del tiempo y de la frecuencia, lo que se cumple si define una ventana tiempo - frecuencia}, es decir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |t\psi(t)|^2 dt \leq +\infty \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\omega\psi(\omega)|^2 d\omega \leq +\infty \quad (8)$$

Además se pide que esta Ondelette madre tenga soporte casi-compacto (Es decir que sea la función nula salvo en un intervalo finito), sea de decrecimiento rápido y que $\int_{\mathbb{R}} \varphi(t) dt = 0$ (Esto asegura que sea oscilante).

Posteriormente consideramos traslaciones y dilataciones de esta Ondelette madre

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a \in]0, +\infty[, b \in \mathbb{R} \quad (9)$$

Donde a es el parámetro de dilatación (variable "frecuencia") y b es el parámetro de traslación (variable "espacial"). Entonces la transformada de Ondelette, $S(b,a)$ de una señal $s(t)$ con respecto a la Ondelette $\psi(t)$ está dada por:

$$S(b,a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) s(t) dt \quad (10)$$

expresando (10) en términos de la transformada de Fourier se obtiene:

$$S(b,a) = \sqrt{a} \int_{\mathbb{R}} \bar{\psi}(a, b(\omega)) e^{i b \omega} s(\omega) d\omega \quad (11)$$

donde la transformada de Fourier de una función $f(t)$ está definida por

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

Lo formulado en (10) y (11) nos permite interpretar la transformada de Ondelette como un análisis de $s(t)$ en tiempo-frecuencia con el filtro $\psi(a\omega)$. Aquí debemos agregar el supuesto de que nuestra señal $s(t)$ tiene energía finita, $\int_{\mathbb{R}} |s(t)|^2 dt < \infty$ (Es decir $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$), el espacio de las funciones medibles y de cuadrado integrable).

En la práctica trabajamos con muestras obtenidas en los instantes $t_i = i.T_s$ ($i = 0, 1, 2, \dots$), donde $1/T_s$ es el periodo de muestreo. Por esta razón, la fórmula (10) es reemplazada por una versión discreta. Así, la familia $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ son los elementos base para el análisis y al igual que con la transformada de Fourier, podemos descomponer cualquier señal $s(x) \in L^2(\mathbb{R})$, utilizando los coeficientes de Ondelette para $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$.

La transformada de Ondelettes entrega un análisis de frecuencias local, a diferentes resoluciones. La señal original se define como la resolución 2^0 , y para obtener la próxima

resolución (2^{-1}) el tamaño total de la señal es reducido a la mitad. Los componentes de más alta frecuencia (coeficientes de Ondelettes) fueron eliminados de la señal original y estos coeficientes pueden entonces considerarse como el complemento de la resolución (2^{-1}), esto es equivalente a la eliminación de las tangentes de paso más grande. La misma operación puede repetirse, hasta obtener la tendencia central de la señal. Esta reducción progresiva (rarefaction) del número (N) de muestras a considerar, consigue una simplificación geométrica de la señal original.

Se obtiene así un filtro de paso bajo, pues elimina las altas frecuencias (ruido), encontrando la tendencia central de la señal. Además no pierde información, ya que ésta es sólo descompuesta en dos conjuntos. Por último el algoritmo resultante trabaja en tiempo real, que es una clara ventaja computacional.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos al personal del laboratorio de Meteorología del Centro Eula-Chile, por la cortesía de facilitarnos las series de vientos; al Sr. Freddy Echeverría por su colaboración en la confección de las Figuras, al Sr. Sergio Núñez por su colaboración en la redacción del texto en inglés y al Sr. Christian Fierro por su colaboración en la digitación del texto.

LITERATURA CITADA

- Aceituno, P. 1985. Fluctuaciones latitudinales del anticiclón del Pacífico Suroriental en el período 1911-1940. *Meteorología XIV* (1 y 2), p. 643.
- Ahumada, R. & L. Chuecas 1979. Algunas características hidrográficas de la bahía de Concepción (30° 40' S; 73° 02' W) y áreas adyacentes, *Gayana Miscelánea* 8:1-56.
- Alarcón, E. 1970. Descripción oceanográfica preliminar del Golfo de Arauco. *Boletín Instituto Fomento Pesquero*. (13): 51p.
- Arancibia, A. 1982. Análisis computacional del espectro rotacional en las brisas marina y de montaña. Tesis para optar al grado de Licenciado en Matemáticas. Universidad de Valparaíso,
- Arcos, D & N. Navarro 1986. Análisis de un índice de surgencia para la zona de Talcahuano, Chile (lat 37°). *Investigaciones Pesqueras*, 33:91-98.
- Blanco, J. 1984. Características de la circulación sobre la plataforma continental de Talcahuano. Tesis para optar al título de Oceanógrafo. Universidad Católica de Valparaíso, 42p.
- Devynck, J. 1984. Contribución al estudio de la circulación atmosférica en Chile y el clima de la región del Bio-Bio. Informe Interno, Depto. de Geofísica sección meteorología, Universidad de Concepción. 158p.
- Díaz, M. 1980. Descripción del régimen oceanográfico entre Punta Nurugue y Punta Lavapié (julio-diciembre, 1979). *Boletín Instituto de Fomento Pesquero*. 68p.
- Djurfeldt, L. 1989. Circulation and mixing in a coastal upwelling embayment; Gulf of Arauco, Chile. *Continental Shelf Research*, 9(11):1003-1016.
- Gonella, J. 1972. A rotary-component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series. *Deep-Sea Research*, 19:833-846.
- Grosmann, A. & J. Morlet 1984. Decomposition of Hardy functions in to wavelet of constant shape, *SIAM Journal of Mathematical Analysis* 15:723-736.

- Günther, B.; Jiménez, R. & C. Picarte 1993. Wavelet analysis of arterial pressure and blood velocity pulsations in the aorta of anesthetized dogs. 26:391-396.
- Herrera, M. 1994. La brisa marina superficial en la octava región: un análisis temporal y espacial. Seminario de título, para optar al título de Biólogo Marino. Depto. Oceanografía, Universidad de Concepción, Chile. 59 p.
- Malet, B. & A. Arancibia 1983. Aplicación del espectro rotacional al estudio de la brisa marina en Punta Curaumilla. Revista de Biología Marina, Valparaíso, 19(2):193-203.
- Mallat, S. 1987. A compact multiresolution representation: the wavelet model. Proceedings of IEEE workshop on Computation Vision, 283p.
- Mallat, S: 1989. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L_2 . Transaction of the American Mathematical Society, 315:69-87.
- Meyer, Y. 1988. Ondelette et Opérateurs. Hermann, 325p.
- Neumann, J. 1977. On the rotation rate of the direction of sea and land breezes. Journal of Atmospheric Sciences, 34:1913-1917.
- Reyes, S. & A. Pares 1983. Análisis de componentes principales de los vientos superficiales sobre bahía de Todos los Santos. Geofísica Internacional, 22(2):179-203.
- Ruiz, V. 1995. La brisa marina en Concepción. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias, mención Física. Escuela de Graduados, Universidad de Concepción, 103p.
- Rutland, J. 1983. Coastal lows in Central Chile. First International Conference on Southern Hemisphere Meteorology, São Jose Dos Campos, Brasil. Libro Resúmenes, pp 50.
- Saavedra, N. 1980. La presión y dirección del viento en Concepción. Revista TRALKA, 1(2):153-162.
- Smith, M. & J. Barnwell 1986. Exact reconstruction for tree-structured subband coders. IEEE Transaction Acoustical, speech and signal procedure. Vol 34, pp. 434-441.