

## DISEÑO DE UN MODELO DE DOS CAPAS DE SURGENCIA COSTERA EN EL PLANO-f

Bernardo P. Malet R.\* y Walter Zeller A.\*\*

**ABSTRACT.** Two layer model of coastal upwelling design in the f-plane.

The circulation in a two layer model, in an f-plane, is developed for coastal active upwelling process, driven by wind.

The theory of vertically integrated conservation equations, over each layer, and the process of entrainment, interphase exchange of mass and heat are solved by finite differencing method.

In both a) horizontal and b) slope bottom appear the offshore flow in the surface Ekman layer is balanced by the subsurface counter current onshore.

The presence of the subsurface poleward current, the upper layer mixing and the strong anomalies in the pycnocline depth at the coastal boundary are manifest for all the values tested.

**RESUMEN.** Se diseña un modelo de circulación de las aguas en un proceso activo de surgencia costera gobernado por el viento, en un sistema de dos capas en el plano-f.

Los procesos de entrainment, intercambio de masa y de calor en la interfase se analizan teóricamente a partir de las ecuaciones de conservación, promediadas verticalmente, y resueltas por métodos de diferencias finitas.

Para los casos a) fondo plano horizontal y b) fondo inclinado se manifiesta el flujo costa fuera en la capa superficial de Ekman, compensada por una corriente subsuperficial dirigida hacia la costa.

La presencia de la contracorriente subsuperficial dirigida hacia el polo, los procesos de mezcla en la capa superior y la elevación de la interfase, se manifiestan para todos los valores de prueba utilizados.

\* Instituto de Oceanología Universidad de Valparaíso, Casilla 13 -D, VIÑA DEL MAR

\*\* Instituto de Física Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, VALPARAISO

## INTRODUCCION

Las bases para el estudio de la surgencia costera se encuentran en el trabajo de EKMAN (1905), en el cual se establece que la rotación de la Tierra y los vientos que soplan hacia el ecuador a lo largo de la frontera oriental de los océanos, producen un transporte de masa costa fuera en la capa superficial. Como no existe flujo a través del límite de la costa, ésta determina la existencia de un movimiento vertical próximo a ella, llevando agua del fondo rica en nutrientes a las capas superficiales, produciendo como consecuencia un aumento en la productividad primaria de la región.

SVERDRUP et al. (1942), usando datos obtenidos al sur de California, cuantifican la teoría de Ekman aplicada a la circulación costera y llegan a establecer una interpretación dinámica de la surgencia costera. SMITH (1968) define surgencia costera como un movimiento ascendente de corta duración y extensión por el cual el agua de las capas subsuperficiales es llevada a la capa superficial y removida del área de surgencia por advección horizontal.

Durante la década del 70, se dedicaron considerables esfuerzos al estudio de la dinámica de la circulación en un proceso de surgencia costera y de sus efectos. Iniciándose así, el primer programa multidisciplinario de investigación a gran escala: Coastal Upwelling Ecosystem Analysis (CUEA).

Como consecuencia de estos estudios, O' BRIEN y HURLBURT (1972), elaboraron un modelo de dos capas en el plano-f,

simulando con éxito las bases de la dinámica de la circulación en una región de surgencia costera.

THOMPSON y O' BRIEN (1973) amplían el trabajo anterior considerando la dependencia temporal del esfuerzo del viento en el plano- $\beta$

La introducción de la topografía del fondo en el estudio de la circulación oceánica agrega nuevas dificultades al análisis e interpretación del problema. GARVINE (1973), realiza un estudio del papel de la batimetría en la dinámica de la surgencia costera para un modelo de una capa de densidad constante. HURLBURT y THOMPSON (1973) usando un modelo de dos capas en el plano-beta, estudiaron el efecto de varias configuraciones de la topografía del fondo y de la geometría de la línea de la costa, encontrando que las variaciones según latitud del relieve del fondo - efecto topográfico beta- juega un papel fundamental en la dinámica asociada con variaciones topográficas a mesoescala a lo largo de la costa.

Sobre la base del sistema de ecuaciones de gobierno MALET y ZELLER (1988), se construye un modelo de dos capas con grilla de circulación bidimensional considerando: a) el efecto de mezcla en la capa superior, b) la incorporación de calor (energía solar), c) el movimiento vertical de la interfase, d) el esfuerzo del viento como forzador del proceso para diferentes intervalos de tiempo, e) las condiciones de borde, y f) las condiciones iniciales.

Se analiza, a continuación, el comportamiento en estado estacionario del proceso de surgencia y su posterior

evolución al incorporarse nuevos agentes perturbadores.

## MATERIALES Y METODOS

### TRANSPORTE DE MASA

El marco teórico para el estudio de la surgencia está basado en los primeros trabajos realizados por EKMAN (1905), quien para explicar el transporte de masa en la capa superior de los océanos en dirección perpendicular al esfuerzo del viento, efectuó el balance entre los términos rotacio-

nales y de fricción vertical en la ecuación del "momentum".

Para tal efecto, el autor antes citado, determinó el transporte de masa  $M_E$ , en función de sus componentes  $M_x$  y  $M_y$  en las direcciones latitudinales y longitudinales, respectivamente.

De las ecuaciones del movimiento linealizadas, se tiene:

$$X: \frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + A_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$Y: \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + A_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + A_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

donde  $A_x$ ,  $A_y$  y  $A_z$  son las componentes del coeficiente de difusión turbulento, ( $u$ ,  $v$ ) las componentes de la velocidad en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $t$  el tiempo,  $p$  la presión de la columna de agua, y  $f = 2\Omega \cos\theta$ , el parámetro de Coriolis, con la velocidad angular de rotación  $\Omega$  de la Tierra y  $\theta$  latitud.

EKMAN (1905), estudió las corrientes generadas solamente por efectos del viento. Para ello supuso que debían cumplirse las siguientes condiciones: a) el sistema se encuentra en estado estacionario, b) el océano homogéneo está caracterizado por una capa de densidad constante, c) los gradientes de presión horizontales son despre-

claves, d) el coeficiente de difusión de remolino no varía con la profundidad, y e) los esfuerzos friccionales horizontales son mucho mayores que los

verticales. Con estas simplificaciones, de las ecuaciones (1 y 2) se obtiene el sistema siguiente:

$$-fv = A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = A_v \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3)$$

$$fu = A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = A_v \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4)$$

donde se indica que interesa sólo la componente vertical  $A_z$  del coeficiente de difusión turbulento.

Por otro lado, el esfuerzo del viento sobre la capa superficial con intercambio de "momentum" entre la

atmósfera y el océano, queda expresada por:

$$\tau_{x,z} = A_v \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad \tau_{y,z} = A_v \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (5)$$

siendo  $\tau$  el esfuerzo del viento en las direcciones  $x$  e  $y$ .

Reemplazando (5) en (3) y (4), y considerando la definición de transporte de masa, se obtiene la ecuación para

el transporte de masa en la capa de influencia friccional o capa de Ekman (SVERDRUP et al., 1942),

$$M_x = - \frac{\partial \tau_y / \partial z}{f} = - \frac{\tau_{y,z}}{f}, \quad M_y = \frac{\partial \tau_x / \partial z}{f} = \frac{\tau_{x,z}}{f} \quad (6)$$

De esta manera, si sopla viento hacia el norte ( $\bar{v}_{x,z} = 0$ ), se tiene  $M_x = \bar{v}_{y,z} / f$ , lo que indica que todo el volumen de agua se desplaza  $90^\circ$  a la izquierda de la dirección del viento en

el hemisferio sur y, por compensación de masa, el agua más profunda es llevada a la superficie cercana a la costa provocando así el proceso de surgencia (Fig 1.).

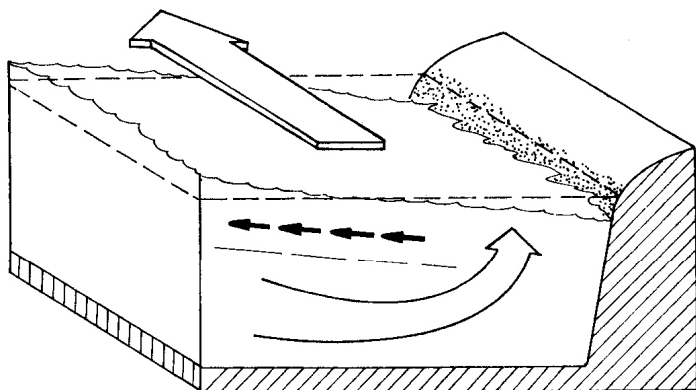


Figura 1. Movimiento de las aguas sometidas al esfuerzo del viento y efecto de rotación de la Tierra, en un proceso de surgencia costera.

#### INCLINACION DE LA SUPERFICIE

Para el caso de un modelo de dos capas de espesor total  $h'$ , sin considerar la delgada capa de interfase que se desplaza con velocidad  $w$ , se tiene que los gradientes de presión horizontal, uniformes con la profundidad, están determinados por la inclinación

de la superficie libre donde  $z = \eta$  (GARVINE, 1971 y GARVINE, 1973).

Integrando las ecuaciones de conservación de la masa y del "momentum" respecto de la vertical, desde la superficie libre al fondo, se obtiene

para la pendiente superficial:

$$\partial_y \eta = \frac{\tau_0}{\rho g h'} \quad (7)$$

donde  $\tau_0$  corresponde al esfuerzo superficial longitudinal sobre la superficie,  $h'$  es la profundidad y  $g$  el valor local de la aceleración de gravedad.

#### MEZCLA VERTICAL

El rol de la mezcla turbulenta vertical y los efectos termodinámicos han sido ignorados en gran medida en los modelos de surgencia costera. La causa de no considerar la mezcla vertical en la mayoría de los modelos de surgencia costera radica en asumir que la escala de tiempo de la advección vertical es mucho menor que la escala de tiempo para la difusión vertical.

Al respecto, O' BRIEN y HEBURN (1983), muestran que tanto la advección como la mezcla vertical pueden ser comparables en la escala de tiempos de la surgencia costera. Cabe señalar que una escala de tiempos del evento de surgencia costera corresponde a un intervalo mayor que el de un período intermareal, período durante el cual los vientos inician y mantienen la surgencia.

Las capas superficial y del fondo (Fig. 2), representan las áreas donde el agua sobre la plataforma absorbe la energía de los esfuerzos del viento y del fondo, respectivamente. Estos esfuerzos son particularmente importantes sobre la plataforma, puesto que tienen

su influencia en aguas relativamente someras, donde la columna de agua tiene profundidad del orden de 100m. Como las capas turbulentas típicas son de 5 a 20 m de espesor, ellas representan a menudo una contribución importante al volumen de agua sobre la plataforma continental (WINANT, 1980; DRAZIN y REID, 1982; EIDNES et al., 1986).

El mayor obstáculo para incluir la mezcla vertical en el problema de surgencia costera es el hecho que la mezcla es básicamente turbulenta. Por tal motivo el proceso de mezcla no está bien entendido en el estado presente de la simulación numérica y el problema no ha sido resuelto cabalmente. La turbulencia es muy difícil de modelar por tratarse de un problema de escalas espaciales múltiples. En varios órdenes de magnitud en la "cascada de energía" y por lo tanto imposible de resolver en todos sus órdenes en una red computacional. Actualmente los métodos para resolver el problema se han diversificado y son objeto de muchas controversias en la comunidad científica.

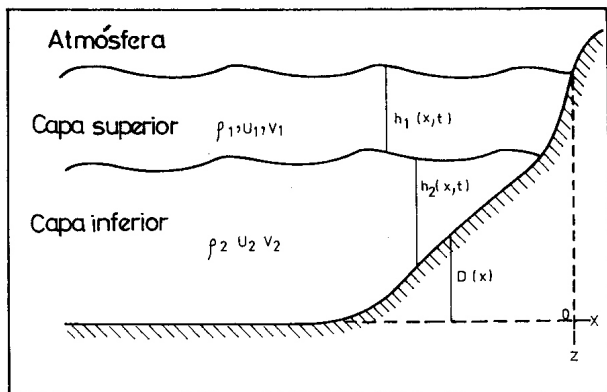


Figura 2. Representación y distribución de variables en un modelo de dos capas.

El problema de la mezcla en la interfase ha sido descrito sobre la base de experimentos de laboratorio por KATO y PHILLIPS (1969), quienes estudiaron un fluido, con un gradiente lineal de densidad, sometido a la acción de un esfuerzo superficial. Encontraron que se formaba una capa de turbulencia homogénea limitada en la zona inferior por una fuerte interfase que se formaba rápidamente.

#### AJUSTE DE DENSIDAD

Para el movimiento de un fluido turbulento sobre un fluido en reposo como se ilustra en la figura 3, los giros turbulentos en la capa superior, con escalas de velocidades características  $u^*$  ejerciendo fricción en la capa superior y dimensiones características  $l$ , correspondientes a la profundidad de la capa de mezcla, son producidos por

agitación causada por el esfuerzo del viento sobre la superficie oceánica. Por otro lado, la advección causada por el esfuerzo del viento en la capa su-

perior, origina ondas internas, en la interfase, las que eventualmente rompen, lo que permite explicar el entrainment.

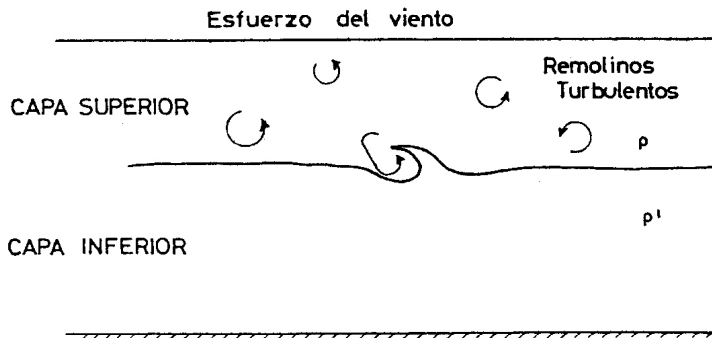


Figura 3. Remolinos turbulentos producidos sobre la interfase, pycnoclina, en la capa superior.

El entrainment ó abordamiento es un proceso en un solo sentido, en el cual una masa de agua poco turbulenta realiza un aporte dentro de una capa de agua más turbulenta.

Como consecuencia del movimiento vertical de masa en la capa superior, el agua de mar extraída por turbulencias, aumenta la energía potencial de la columna de agua como consecuencia de incorporación de volumen extra dentro de la capa superior más turbulenta, o proceso de abordamiento. Por ejemplo, cuando los vientos soplan sobre el océano, el esfuerzo tangencial genera una corriente de deriva en la capa

superficial de los océanos. Esta corriente comienza a incorporar pequeños elementos de volumen de agua hacia la capa superficial desde el fluido estratificado inmediatamente bajo él (E-CHIEEN FOO, 1981; NARIMOUSA et al, 1986).

En la interfase, los remolinos han sacado pequeños elementos de volumen de fluido desde la capa inferior y los han incorporado a la capa superior. Como resultado del abordamiento, la capa superior se hace más densa y profunda. En cambio, la capa inferior disminuye su espesor conservando su densidad. Después de un tiempo  $\delta t$ , el espesor de



la capa superior aumenta a  $h + \delta h$  por el "entrainment" de agua de la capa inferior de densidad  $\rho'$  y de espesor  $\delta h$ .

El aumento de masa por unidad de área por unidad de tiempo en la capa superior, en el límite cuando  $\delta t \rightarrow 0$ , es:

$$\rho' \frac{\delta h}{\delta t} = \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8)$$

donde  $\partial h / \partial t$  representa la velocidad vertical de la interfase.

En experimentos de laboratorio, KATO y PHILLIPS (1969), simularon el esfuerzo del viento que actúa sobre la superficie oceánica utilizando un tanque

anular en reposo. Adoptando además, los resultados encontrados por TURNER (1979), se determinó la relación para la velocidad vertical:

$$w^* = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{m \rho u^{*3}}{g \Delta \rho h} \quad (9)$$

siendo  $m$  una constante experimental estimada por KATO y PHILLIPS (1969). La rapidez del giro turbulento  $u^*$ , está relacionada con la velocidad del viento según:

$$\rho u^{*2} = |\tau_0| \quad (10)$$

El valor de  $h$  solo puede aumentar si la energía turbulenta es generada en la superficie del mar por esfuerzo del viento. Esta turbulencia cumple siempre el rol de incorporar fluido desde la capa inferior, de mayor densidad, al interior de la capa superior, haciéndola más densa y aumentando su espesor. No se considera pérdida de energía por propagación de movimiento hacia la capa inferior.

De manera similar, en aguas poco profundas, el esfuerzo del fondo producirá turbulencia en la capa inferior incorporando agua desde la capa superior hacia la capa inferior, logrando que esta última capa aumente su espesor, disminuya su densidad haciendo ascender la interfase.

La pérdida de masa de la capa superior por unidad de área se puede expresar por:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho u^{*'} = -\frac{m \rho' u^{*3}}{\Delta p (h-h')} \quad (11)$$

Si ambas capas son turbulentas se tiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = w^{*'} - w^{*'} \quad (12)$$

y el flujo de masa dentro de la capa superior será:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \rho' w^{*'} - \rho w^{*'} \quad (13)$$

donde  $\partial n / \partial t$  representa el flujo de masa por unidad de área,  $\rho w^{*}$  es la ganancia de masa de la capa inferior por "absorción hacia arriba" y  $\rho w^{*'}$  corresponde a la pérdida de masa de la capa superior por absorción hacia abajo".

De manera análoga puede expresarse el intercambio de calor en el proceso de mezcla.

Considerando la relación,

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = Q' w^{*'} - Q w^{*'} \quad (14)$$

o bien

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \rho' c_p T' w^{*'} - \rho c_p T w^{*'} \quad (15)$$

donde  $\partial \epsilon / \partial t$  representa el flujo de calor y  $c_p$  es el calor específico a presión constante.

Para la capa inferior se tienen las relaciones

$$\frac{\partial n'}{\partial t} = \rho w^{*'} - \rho' w^{*'} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \rho c_p T w^{*'} - \rho' c_p T' w^{*'} \quad (16)$$

que dan cuenta del flujo de masa y de calor en la interfase, respectivamente.

De la aplicación de los teoremas de conservación de la masa y de la energía, suponiendo que no se pierde calor ni masa por otros procesos o fuentes, se encuentra finalmente:

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \epsilon'}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

#### DENSIDAD Y ECUACIONES EN LA INTERFASE

Una vez conocido el modo en que se efectúa el intercambio de masa y calor a través de la interfase, es posible determinar las ecuaciones de balance correspondientes.

$K \partial_{ZZ} \rho$  y  $A \partial_{ZZ} U$  dicen relación con convergencias de flujos verticales de masa y "momentum". En la interfase los flujos verticales  $K \partial_z \rho$  y  $A \partial_z U$  corresponden a los valores de abordamiento. De esta manera se tiene:

Puesto que los términos de mezcla

$$K \partial_z \rho = K \left. \frac{\partial \rho}{\partial z} \right|_{z=-h} = \rho' w^{*'} - \rho w^{*'} \quad (18)$$

La ecuación de balance de masa, integrada sobre la capa superior, está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{-h}^{\eta} \rho dz \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{-h}^{\eta} \rho u dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \int_{-h}^{\eta} \rho v dz \right) = \int_{-h}^{\eta} K \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} dz \quad (19)$$

Si la densidad es independiente de la profundidad, de modo que  $\rho = \rho(x, y)$ , se tiene:

$$\partial(\rho h)/\partial t + \partial(\rho h u)/\partial x + \partial(\rho h v)/\partial y = K \left. \partial_z \rho \right|_{z=0} - K \left. \partial_z \rho \right|_{z=-h} \quad (20)$$

Los términos  $K \left. \partial_z \rho \right|_{z=0} = 0$  y  $K \left. \partial_z \rho \right|_{z=-h} = -(\rho w^* - \rho w^{*'})$  corresponden a los flujos de masa través de la superficie y de la interfase, respectivamente. Por consiguiente, la ecuación de balance de masa queda expresada por:

$$\partial(\rho h)/\partial t + \partial(\rho h u)/\partial x + \partial(\rho h v)/\partial y = \rho' w^{*'} - \rho w^{*'} \quad (21)$$

De manera análoga, la ecuación de balance de calor, integrada sobre la profundidad de la capa superior, es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^0 (\rho c_p T) dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 (\rho u c_p T) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 (\rho v c_p T) dz = \quad (22)$$

$$\int_{z+\delta z}^z \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \delta(z-z') dz + Q \int_{z+\delta z}^z \delta(z-z') dz$$

Integrando resulta:

$$\partial(\rho c T h)/\partial t + \partial(\rho u c T h)/\partial x + \partial(\rho v c T h)/\partial y =$$

$$c \rho' T' w^{*'} - c \rho T w^{*'} \quad (23)$$

donde  $Q$  es el calor por unidad de área por unidad de tiempo, que cruza la superficie libre. En general, corresponde a la energía solar que incide sobre ella,

calentándola.

Para un rango de temperatura no demasiado grande, se puede relacionar linealmente la temperatura con la densidad, de modo que:

$$\rho = \rho_0 - aT \quad \text{y} \quad \rho' = \rho_0' - aT', \quad (24)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad de referencia y  $a$  es constante (DRAZIN y REID, 1982). Multiplicando la ecuación (23), por  $a/c_p$ , derivando y ordenando, se tiene:

$$\begin{aligned} \partial(\rho Th)/\partial t + \partial(\rho u Th)/\partial x + \partial(\rho v Th)/\partial y = \\ \rho' T w^* a - T w'^* a - \frac{aQ}{\rho c} \end{aligned} \quad (25)$$

con  $a$ , definido en (25) como:

$$a = \frac{\rho_0 - \rho}{T} \quad \text{y} \quad a = \frac{\rho_0' - \rho'}{T'} \quad (26)$$

Reemplazando en (25), se halla:

$$\begin{aligned} \partial(\rho h(\rho - \rho_0))/\partial t + \partial(uh(\rho - \rho_0))/\partial x + \partial(vh(\rho - \rho_0))/\partial y = \\ \frac{aQ}{c} + \rho'(\rho' - \rho_0')w'^* - (\rho - \rho_0)w^* \end{aligned} \quad (27)$$

Derivando y ordenando, se encuentra:

$$\begin{aligned}
 & (\rho - \rho_0) \left( \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v h)}{\partial y} + \frac{\partial h(\partial \rho / \partial t)}{\partial t} \right) + \\
 & u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = - \frac{aQ}{c_p} + \rho'(\rho' - \rho_0)w^* - \rho(\rho - \rho_0)w^{*'} \quad (28)
 \end{aligned}$$

De la ecuación (22), se tiene:

$$\frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} = \rho' w^* - \rho w^{*'} - \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{\partial(\rho h v)}{\partial y} \quad (29)$$

Sustituyendo en (28), se puede desarrollar hasta obtener:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\rho'(\rho' - \rho)w^*}{\rho h} - \frac{aQ}{\rho h c_p} \quad (30)$$

Con las aproximaciones  $\rho' / \rho \approx 1$ , y  $\rho' - \rho \approx 0$ , la ecuación toma la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\Delta \rho w^*}{h} - \frac{aQ}{\rho h c_p} \quad (31)$$

Por otro lado, la ecuación (21), puede desarrollarse en:

$$h \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \left( \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} \right) = \rho' w^* - \rho w^{*'} \quad (32)$$

Reemplazando el término  $(\partial \rho / \partial t + \mu \partial / \partial x + v \partial \rho / \partial y)$  de (21) en la ecuación anterior se obtiene finalmente:

$$\partial h / \partial t + \partial (hu) / \partial x + \partial (hv) / \partial y = w^* - w^{*'} + \frac{aQ}{\rho^2 c_p} \quad (33)$$

Por antecedentes de órdenes de magnitud se puede ver que el término conteniendo el flujo de calor  $Q$  es despreciable, según se muestra a continuación.

Considerando un valor promedio de 1000 W/m<sup>2</sup>, para la radiación incidente sobre la superficie del mar, y tomando los factores del término  $aQ/(c)$  los valores indicados a continuación,

$$a = 4 \text{ kg m}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\rho^2 = 10^6 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-6}$$

$$c_p = 4.18 \times 10^3 \text{ W} \cdot \text{s kg}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$

Con estas consideraciones, el término  $aQ/(\rho^2 c_p) = O(10^{-8})$  es de magnitud despreciable comparado con los restantes términos de la ecuación (34) tales como, a modo de ejemplo, son:

$$\partial h / \partial t = O(10^{-3}) \quad \text{y} \quad \partial (uh) / \partial x = O(10) \quad (34)$$

Por otro lado, en la ecuación (32), las variaciones espaciales y temporales de densidad son muy pequeñas, razón por la cual el término en  $Q$  debe ser mantenido.

Considerando sólo variaciones en dirección  $x$ , en el modelo bi-dimensional para el plano  $(x,z)$ , los términos dependientes en  $y$  deben ser dejados de lado. Se tiene, entonces, que:

$$\partial \rho / \partial t + u \partial \rho / \partial x = \frac{\Delta \rho w^*}{h} - \frac{aQ}{\rho h c_p} \quad (35)$$

$$\partial h / \partial t + \partial(hu) / \partial x = w^* - w^{*'} \quad (36)$$

Recordando que la integral sobre la capa superior tenía como límites reales  $(-h, n)$ , donde corresponde a la superficie del mar. Si se considera que  $n$  es mucho menor que  $h$ , donde quiera que aparezca  $h+n$ , es posible

aproximar  $h+n \rightarrow h$ . Esta aproximación es correcta, excepto para la derivada temporal  $\partial(h+n) / \partial t$ , puesto que  $\partial n / \partial t$  es del mismo orden que  $\partial h / \partial t$ . Así, la ecuación (36) tiene la forma:

$$\partial \eta / \partial t + \partial h / \partial t + \partial(hu) / \partial x = w^* - w^{*'} \quad (37)$$

Por conveniencia en la simbología, a continuación se omitirán los asteriscos (\*) sobre los  $w$ .

Aplicando el procedimiento anterior para la capa inferior, se tiene que la ecuación de balance de masa, integrada a través de la capa inferior en el intervalo  $(-h, -h')$  está dada por:

$$\partial \left( \int_{-h'}^{-h} \rho' dz \right) / \partial t + \partial \left( \int_{-h'}^{-h} \rho' u' dz \right) / \partial x + \partial \left( \int_{-h'}^{-h} \rho' v' dz \right) / \partial y = \int_{-h'}^{-h} K \partial_{zz} \rho \quad (38)$$

con  $\rho = \rho(z)$  y  $\rho' = \rho(x, y)$ . Puesto que  $\rho(z)$  es constante en cada capa se encuentra que:

$$\rho' \partial(h'-h) / \partial t + \rho' \partial(u'(h'-h)) / \partial x + \rho' \partial(v'(h'-h)) / \partial y =$$

$$K \partial_z \rho \Big|_{z=-h'} - K \partial_z \rho \Big|_{z=-h} \quad (39)$$

donde  $K \partial_z \rho \Big|_{z=-h'} = 0$  y  $K \partial_z \rho \Big|_{z=-h} = \rho' w - \rho' w'$  corresponden a los flujos de masa a través del fondo y de la interfase respectivamente.



Considerando variaciones sólo en la dirección del eje  $x$ , y la aproximación  $\rho/\rho' \approx 1$ , para el balance de masa se encuentra:

$$\partial(h' - h)/\partial t + \partial(u'(h' - h))/\partial x = w' - w \quad (40)$$

De manera análoga, para la ecuación de balance de calor integrada a través de la profundidad de la capa inferior se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h'}^{-h} (\rho' c T' dz) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h'}^{-h} (\rho' u' c T' dz) = \int_{z+\delta z} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \delta(z-z') dz \quad (41)$$

Integrando se encuentra:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho' c T' (h' - h)) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho' u' c T' (h' - h)) = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (42)$$

En la interfase se tiene que la temperatura permanece constante  $T = T'$  donde  $\partial h'/\partial t = 0$ . En el fondo obviamente se cumple que estando agitadas ambas capas se satisface  $\partial h/\partial t = w - w'$ . Se reitera que no se presentan variaciones en la dirección  $Y$  por tratarse de un modelo bi-dimensional en el plano  $(x, z)$ . Derivando, la ecuación anterior se reduce a:

$$(h' - h)(\partial \rho'/\partial t) + \rho'(w - w') + (\partial \rho/\partial x)u'(h' - h) = \rho'w - \rho w' \quad (43)$$

Factorizando y simplificando se tiene:

$$\partial \rho'/\partial t + u'(\partial \rho/\partial x) = \frac{(\rho' - \rho)w'}{(h - h')} = \frac{\Delta \rho w'}{(h - h')} \quad (44)$$

De la ecuación de balance de masa (40) y considerando que  $\partial h'/\partial t = 0$ , se tiene:

$$-\partial h/\partial t + \partial((h' - h)/\partial x) = w' - w \quad (45)$$

Sumando (40) y (45), se encuentra:

$$\partial \eta/\partial t = -\partial(hu)/\partial x - \partial(h' - h)u'/\partial x \quad (46)$$

De esta manera se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones que posibilitan la determinación de la estructura de densidad, profundidad de la interfase y de la elevación superficial del mar:

$$\partial \rho/\partial t = -u(\partial \rho/\partial x) + \Delta \rho w/h - aQ/\rho h c_p \quad (47)$$

$$\partial \rho'/\partial t = -u'(\partial \rho/\partial x) - \Delta \rho w'/(h' - h) \quad (48)$$

$$\partial h/\partial t = \partial((h' - h)u')/\partial x + w - w' \quad (49)$$

$$\partial \eta/\partial t = \partial(hu)/\partial x - \partial(h' - h)u'u''/\partial x \quad (50)$$

#### FORMULACION DEL MODELO, DISEÑO NUMERICO

Generalmente el número de cuadrículas que componen la grilla de los modelos numéricos alcanza a lo menos dos órdenes de magnitud con el fin de no sacrificar la precisión. En el presente trabajo el diseño numérico del modelo se realizó considerando las

posibilidades computacionales limitadas al uso de un computador personal. Bajo estas limitaciones, la condición de estabilidad de Courant-Friedrich-Lewy, permitió establecer un criterio para la elección del número de retículos en el modelo numérico, conforme a a las va-

relaciones espaciales y temporales del modelo en estudio.

cuales aumentan con el tiempo si se considera un gran número de pasos. Sin embargo, si se toman pasos muy cortos, el tiempo computacional aumenta a niveles poco adecuados.

#### INTEGRACION POR DIFERENCIAS FINITAS

Puesto que los incrementos en las ecuaciones de diferencias finitas sólo pueden ser considerados aproximaciones infinitesimales, dichos incrementos contienen errores (ROACHE, 1972), los

Un método alternativo consiste en "filtrar" en el tiempo. A menos que se tenga severas limitaciones en el almacenamiento en la memoria, el método presenta gran utilidad.

#### FILTRO TEMPORAL

Considerando la ecuación diferencial:

$$\partial\alpha/\partial t = c\partial\alpha/\partial x, \quad (51)$$

definiendo  $c = \Delta t$  constante y  $n = t$  índice temporal, la diferenciación finita en el tiempo, empleando la notación con índices convencionales toma la forma:

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)_n = \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{\Delta t} \quad (52)$$

puede ser expresada por:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - \Delta t \left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)_n \quad (53)$$

Utilizando el filtro centrado (ASSELIN, 1972), dado por la relación:

$$F(n) = F(n) + 0.5\gamma(F(n-1) - 2F(n) + F(n+1)) \quad (54)$$

ordenando y factorizando, se obtiene

$$F(n) = 0.5 F(n-1) + (1-\gamma) F(n) + 0.5 F(n+1) \quad (55)$$

Por otro lado, se puede escribir (55) usando el filtro Hanning (JENKINS y WATTS, 1968):

$$\alpha_n = \frac{1}{4} \alpha_{n+1} + \frac{1}{2} \alpha_n + \frac{1}{4} \alpha_{n-1} \quad (56)$$

Comparando los coeficientes de (55) con los de (56), se obtiene:

$$\gamma = \frac{1}{2} \quad (57)$$

Para  $0 < \gamma < 2/3$ , la amplitud de respuesta es similar a la del filtro centrado (ASSELIN, 1972).

Colocando (56) en la ecuación de diferencias finitas y ordenando, se tiene:

$$\alpha_{n+1} = \frac{2}{3} \alpha_n + \frac{1}{3} \alpha_{n-1} - \frac{4}{3} \Delta t (\partial \alpha / \partial x)_n \quad (58)$$

donde  $\Delta t$  representa el intervalo temporal.

Usando los índices  $j$  y  $n$  para señalar las variaciones espacial y temporal, respectivamente, reemplazando en la ecuación anterior y cambiando notación de subíndices por índices anotados entre paréntesis, la ecuación (49) toma la forma:

$$\begin{aligned} H(n+1, j) = & a_1 H(n, j) + a_2 H(n-1, j) \\ & - a_3 D(n, j+1)UP(j+1) + D(n, j-1)UP(j-1) \end{aligned} \quad (59)$$

$$- a_4 W(j) - WP(j)$$

$$a_1 = 0.667, \quad a_2 = 0.333, \quad a_3 = 1,333 \Delta T/2\Delta x, \quad a_4 = 1.333\Delta T$$

Por otro lado, se tiene que la profundidad de la capa inferior está dada por  $D^* = h' - h$ , que expresado en diferencias finitas queda,

$$D(3,j) = HP(j) - H(3,j)$$

Cuando  $H(3,j)$  ha sido calculado correspondiendo a  $(n+1)$ , la evolución temporal se anota de la forma:

$$H(1,j) = H(2,j), \quad H(2,j) = H(3,j), \quad D(2,j) = D(3,j)$$

#### GRILLA DE CIRCULACION CORRIENTE ARRIBA

Para los efectos de la confección de la grilla de circulación se considera la superficie de interfase, pycnoclina, como división horizontal de los parámetros de la grilla, separando la capa turbulenta de Ekman de la capa inferior.

La figura 4, muestra el reticulado de la grilla para las variables de flujo y de presión. El índice  $j = 1, 2, \dots, N$ , indica el corrimiento horizontal de los reticulos de la grilla, considerando el eje  $x$  dirigido hacia la izquierda.

$$(p, p', h) (u, v, u', v') (p, p', h) (u, v, u', v') (p, p', h) (u, v, u', v') (p, p', h) (u, v, u', v')$$

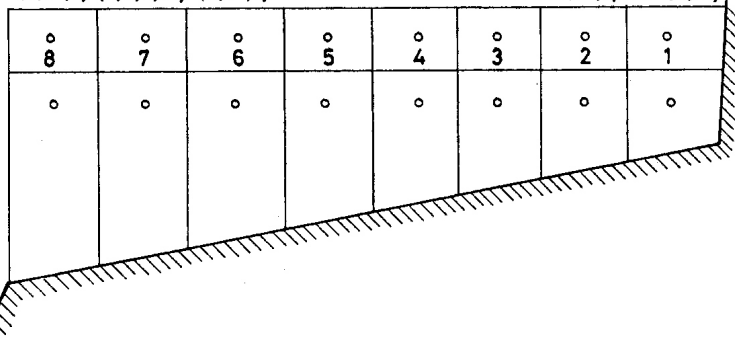


Figura 4. Grilla de circulación para el modelo de dos capas.

Los valores calculados en los contornos de la grilla son usados como condiciones de contorno para resolver las ecuaciones en la cuadrícula siguiente. De esta manera, los puntos de la grilla en los que se calculan los parámetros de presión relativos, son determinados desde los puntos en los cuales se calculan los parámetros de flujo.

En la grilla representada en la figura 4, el primer punto corresponde a la costa donde la componente de la

velocidad  $u$ , normal a ella, tiene valor cero.

Tomando la ecuación (47) simplificada,  $\partial \rho / \partial t = -u \partial \rho / \partial x$ , se puede ilustrar el movimiento del flujo, por ejemplo, el punto 4 de la grilla. En este punto, si el flujo es positivo alejándose de la costa, la variación temporal de densidad  $\partial \rho(4) / \partial t$  está determinada por  $-u(3) * [\rho(4) - \rho(2)] / 2 \Delta x$  y si el flujo está dirigido hacia la costa por  $-u(5) * [\rho(6) - \rho(4)] / 2 \Delta x$ .

De la ecuación (47),

$$\partial \rho / \partial t = -u \partial \rho / \partial x + \frac{\Delta p w}{h} - \frac{a Q}{\rho h c_p}$$

Considerando filtrado en el tiempo, aplicando consideraciones de diferencias finitas y el cambio de notación:  $P = \rho$ ,  $PP = \dot{\rho}$ ,  $UP = u$ ,  $WP = w'$  y  $D = h' - h$ , la ecuación (47) toma la forma:

$$\begin{aligned} P(n+1, j) &= a_1 P(n, j) + a_2 P(n-1, j) \\ &- a_3 (0.5(\text{SGN}(U(j-1)) + 1)U(j+1)P(n, j) - P(n, j-2)) \\ &- 0.5(\text{SGN}(U(j+1)) - 1)U(j-1)P(n, j+2) - P(n, j)) \\ &- a_4 \frac{PP(n, j) - P(n, j)}{H(n, j)} W(j) + a_4 \frac{Q}{H(n, j)} \end{aligned}$$

Si el signo de  $U(j-1)$  es positivo, el flujo está dirigido hacia el punto  $j$ , y este término asociado a  $a_3$  es diferente de cero. Si el signo de  $U(j-1)$  es negativo, el flujo se aleja del punto  $j$ , y el término asociado a  $a_3$  es nulo.

De manera similar, si el signo de  $U(j+1)$  es positivo, el flujo está dirigido hacia el punto  $j$ , y este término asociado a  $a_3$  es diferente de cero. Si el signo de  $U(j+1)$  es negativo, el flujo se aleja del punto  $j$ , y el tér-

mino asociado a  $a_3$  es nulo.

De manera análoga a lo realizado en la ecuación anterior, se procede con las ecuaciones (48), (49) y (50).

Recordando que los valores de las velocidades  $w$  y  $w'$  del "entrainment" están determinados por los valores del esfuerzo del viento y del esfuerzo del fondo, los resultados del experimento de KATO y PHILLIPS (1969), supuestos válidos para un proceso de surgencia, permiten considerar:

$$w = \frac{m u^*{}^3}{g \Delta \rho h} \quad \text{con } u^* = \left| \tau_0 / \rho \right|_{z=0}^{1/2} \quad (61)$$

$$w = \frac{m u^*{}^3}{g \Delta \rho (h' - h)} \quad u^*{}' = \left| \tau_0 \rho \right|_{z=-h}^{1/2} \quad (62)$$

donde la constante  $m$ , se estimó, siguiendo el experimento de KATO y PHILLIPS (1969), en el valor  $m = 2.5$ .

La velocidad de "entrainment" producida por los efectos del esfuerzo del viento es posible de calcular por la relación:

$$w = \frac{2.5 \rho' (\tau_0 / \rho)^{1/2}}{g \Delta \rho h} \quad (63)$$

Por otro lado, para los efectos del esfuerzo en el fondo de O'BRIEN y HURLBURT (1973), se tiene la siguiente relación:

$$w' = \frac{m \rho' r (u'^2 + v'^2)^{1/2}}{g \Delta \rho D} \quad (64)$$

Reemplazando la expresión anterior en (62), con  $D = h' - h$ , se tiene:

$$\tau_{x,z} \Big|_{z=-h} \approx r(u'^2 + v'^2)^{1/2} \quad (65)$$

Para efectos de cálculo, se puede considerar la aproximación:

$$\frac{m \rho}{g} = \frac{m \rho'}{g} = \text{cte}$$

Previamente se supuso que el transporte total, normal a la costa, era cero y se obtenía una matriz para los parámetros de flujo que incluía  $g \partial_x \eta$  como una incógnita, MALET y ZELLER (1988). Ahora se estima que  $\partial_t \eta \neq 0$ , y se calcula  $g \partial_x \eta$  como una función del tiempo.

Puesto que no se está incluyendo variación en  $y$ , excepto,  $\partial_y \eta$  se debe asignar un valor  $\partial_y \eta$ . PEFFLEY y O' BRIEN (1976), utilizan como resultado experimental, apropiado de la pendiente de la superficie del mar en períodos de surgencia, valores del orden de  $10^{-7}$  GARVINE (1971), explica los fundamentos teóricos de la inclinación superficial como función del esfuerzo del viento con  $\partial_y \eta$  dirigiendo la corriente subsuperficial.

Por otro lado, los valores de las velocidades de la interfase,  $w$  y  $w'$ , provienen del esfuerzo del viento y esfuerzo en el fondo.

#### CONDICIONES DE BORDE

Sin pérdida de generalidad, para el modelo se puede suponer la presión atmosférica constante, actuando sobre la superficie libre.

Con la costa y el fondo de paredes rígidas, se considera que las componentes normales de la velocidad son nulas, no existiendo ni flujo de masa ni de calor a través de las paredes laterales.

El flujo de calor llega a través de la superficie libre, produciéndose calentamiento por mezcla.

La solución en la zona de surgencia depende del esfuerzo del viento, lo que permite cambiar las condiciones de forzamiento externo variando sólo la velocidad del viento.

En el límite de océano abierto ( $J = N$ ), los gradientes horizontales de todas las variables toman el valor cero. La densidad, el nivel del mar y



la profundidad se mantienen fijas en los puntos alejados de la costa; es decir, en el quiebre de la plataforma continental se consideran constantes los parámetros de presión ( $\rho, \rho', h(x)$ ), con  $h(x)$  constante para el caso de fondo plano y dependiendo linealmente como una función de la distancia a la costa para el caso de fondo inclinado.

#### Condiciones Iniciales

Las condiciones iniciales para el modelo quedan expresadas por un estado de reposo para los campos de velocidad, capas de densidad espacialmente homogéneas y de espesor constante.

El estado inicial de reposo se justifica debido a que la región de la plataforma continental, de aguas poco profundas, responde rápidamente a la acción del viento. Puesto que el interés es modelar las capas superiores

del océano, se presume que ellas son poco profundas, lográndose obtener de esta manera una inercia pequeña para una escala de tiempo corta.

Los valores iniciales de la densidad para cada capa fueron elegidos haciendo uso de datos hidrográficos y valores utilizados en trabajos de otros modelos numéricos de surgencia costera. Para la densidad en la capa superficial se utilizó  $1025 \text{ kg m}^{-3}$  y un valor de  $1027 \text{ kg m}^{-3}$  para la capa inferior.

El modelo es inicializado desde el reposo, partiendo en el instante  $t = 0$  mediante la aplicación del forzamiento mecánico debido a la acción del viento ( $\tau = 0.1 \text{ Nm}^{-2}$ ). El esfuerzo es mantenido constante durante los cálculos, es decir, se trata de un modelo de "esfuerzo constante".

Si la superficie de la interfase es horizontal, las condiciones iniciales apropiadas son:

$$u_1 = v_2 = 0, \quad u_2 = v_1 = 0,$$

donde el subíndice 1 se refiere a la capa superior y el subíndice 2 a la capa inferior.

Por otra parte, las componentes de la velocidad se anulan en la costa, es decir, en  $x = 0$ .

$$v(x, y, t) \Big|_{x=0} = u(x, y, t) \Big|_{x=0}$$

Muy alejado de la costa, en  $x = -\infty$ , la velocidad del fluido mantiene su valor inicial.

La ecuación matricial desarrollada por MALET y ZELLER (1988), para los parámetros de flujo incluía  $\partial x \eta$  como una incógnita. Ahora se supondrá que  $\partial t \eta \neq 0$ , y  $\partial x \eta$  será calculado como una función del tiempo.

#### Diagrama de Flujo

El programa computacional que permite resolver la matriz formada por las ecuaciones (47-50), con las condiciones iniciales y de contorno adecuadas al modelo se esquematiza en el diagrama de flujo (Fig.5).

En el primer bloque se definen las constantes: aceleración de gravedad  $g$ , el coeficiente de arrastre en la superficie  $C$ , coeficiente de fricción en la interfase  $\mu_i$ , coeficiente de fricción en el fondo  $\mu_b$ , inclinación de la superficie  $\partial y \eta$ , gradiente horizontal  $\partial h / \partial x$ , profundidad de la capa superior  $h$ , profundidad del fondo  $h'$ , intervalo de tiempo  $\Delta t$ , intervalo espacial horizontal de la grilla  $\Delta x$ , número de puntos considerados  $N$  y coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  y  $a_4$ .

Las condiciones iniciales se definen para los parámetros de presión  $p$ ,  $p'$ ,  $h$ ,  $h'$ , para los gradientes de presión  $\partial x p$ ,  $\partial y p'$ ,  $\partial x h$ , y los parámetros de flujo  $u$ ,  $u'$ ,  $v$ ,  $v'$ , en el nivel de tiempo  $(n-1)$ .

Calculados inicialmente los gradientes horizontales se los parámetros de flujo, de presión y las velocidades de abordamiento a un nuevo nivel de tiempo. Almacenados en memoria los tres niveles temporales se avanza a un nuevo punto de la grilla.

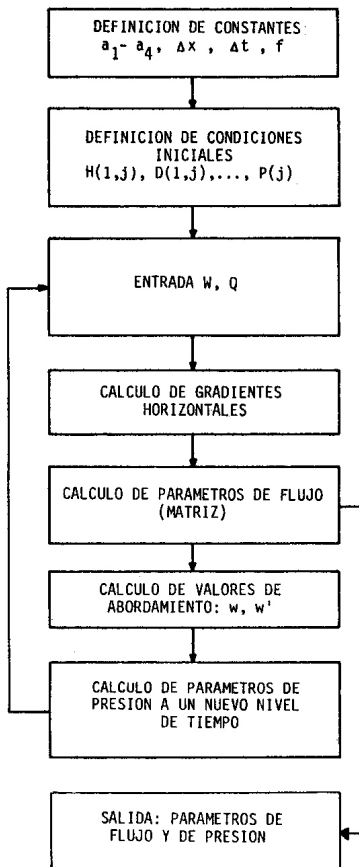


Figura 5. Diagrama de flujo para la simulación de un modelo de dos capas de un proceso de surgencia costera.

## RESULTADOS

## SOLUCION NUMERICA

Las ecuaciones de conservación del momentum y de continuidad son resueltas, en el plano-f, para dos casos:

- a) - Fondo plano horizontal (profundidad constante)
- b) - Fondo plano cuya profundidad aumenta linealmente con la distancia a la costa.

El sistema coordenado se escoge para

el hemisferio sur con el eje x dirigido hacia el oeste, el eje y positivo hacia el sur y el eje z orientado hacia arriba (Fig. 6).

El dominio del modelo se extiende unos 100 km, entre el límite de la costa y el océano abierto. Además se trabaja tomando un esfuerzo del viento de  $-0.1 \text{ N m}^{-2}$ , para una velocidad de éste de  $7.4 \text{ m s}^{-1}$  y asumiendo una capa superficial de Ekman de 30 m de espesor.

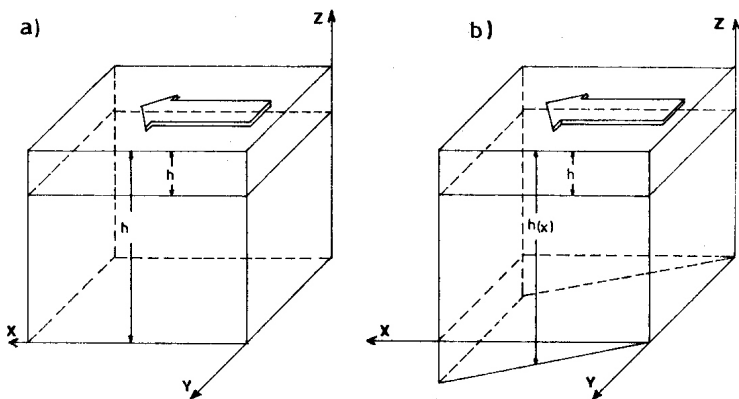


Figura 6. Esquema del sistema de coordenadas rectangulares a) fondo plano, b) fondo inclinado.

El modelo es procesado para 30 días, presentándose el desplazamiento de la interfase (anomalía de la altura) con el transcurso del tiempo el cual, a pesar del fuerte forzamiento del viento, detiene su movimiento ascendente estabilizándose (Fig.7).

La componente de la velocidad, transversal a la costa experimenta un leve aumento para el modelo de fondo inclinado, el cual se manifiesta después de 10 días de forzamiento del viento, alcanzando sus valores máximos a los 24 días (Fig.8).

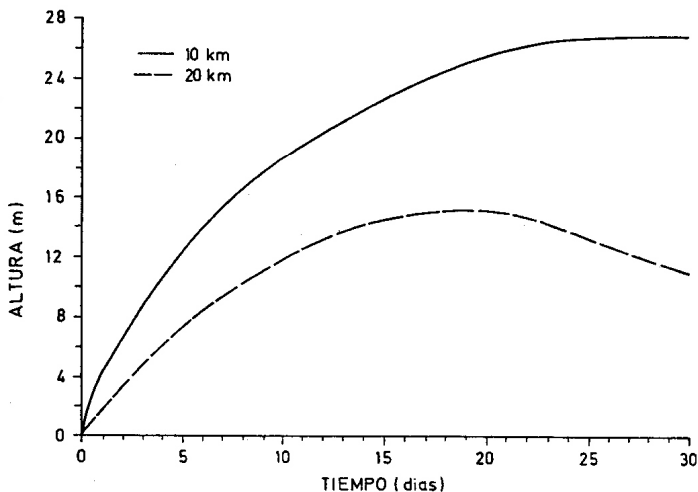


Figura 7. Elevación de la superficie de la interfase como función del tiempo en puntos alejados 10 y 20 km de la costa. La interfase se estabiliza después de 24 días de acción constante del viento ( $\tau = 0.1 \text{ N/m}^2$ ). Fondo plano.

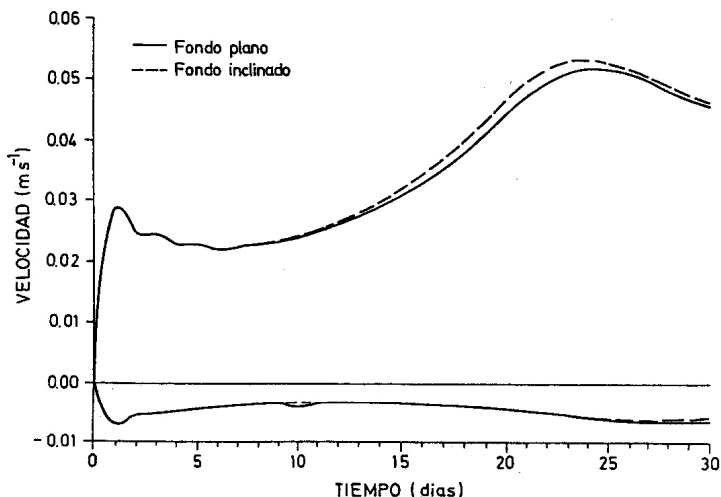


Figura 8. Perfiles de velocidades normales a la costa mostrando la influencia de la variación de la topografía del fondo. Los valores positivos corresponden al flujo superficial costa fuera y los valores negativos al flujo de retorno en la capa subsuperficial.

Los procesos de mezcla muestran su mayor intensidad en los primeros 20 días, tanto para el modelo de fondo plano como para el de fondo inclinado, tendiendo los efectos de mezcla en la capa superior a estabilizarse después

de 24 días, en torno a valores de  $\sigma = 26.8 \text{ kg m}^{-3}$ . Estos resultados muestran una correspondencia entre los valores de la densidad y los valores correspondientes al desplazamiento vertical de la interfase, pycnoclina (Fig.9).

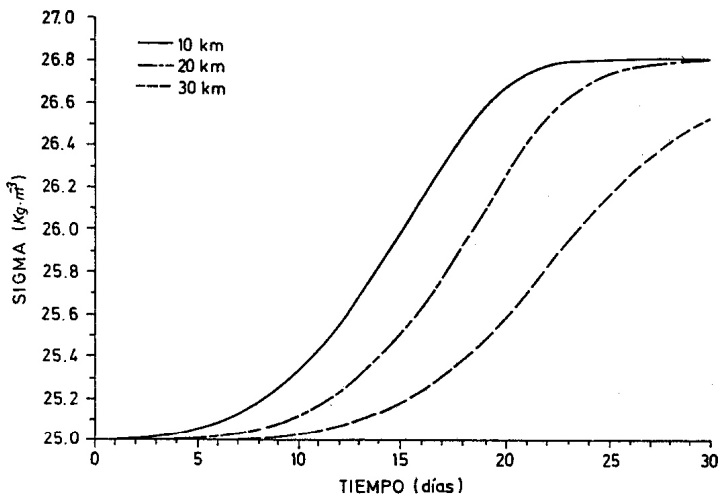


Figura 9. Efectos de mezcla en la capa de Ekman a través del tiempo. A 10 km de la costa el proceso de mezcla se estabiliza transcurridos 23 días.

La velocidad de elevación de la Interfase, del orden de los  $10^5 \text{ m s}^{-1}$ , valores que se encuentran en el rango de las observaciones oceanográficas (O'BRIEN y HEBURN, 1983).

Se puede apreciar que el comportamiento de los parámetros, expresados en función de la distancia a la costa, presenta fuertes variaciones en los primeros 10 kilómetros. Dentro del

rango del radio de deformación de Rossby (McNIDER y O'BRIEN, 1974).

El desplazamiento de la Interfase se muestra para 5, 10 y 15 días de acción del viento, alcanzando 12, 16 y 23 metros respectivamente. Para puntos alejados de la costa unos 80 km la Interfase se profundiza levemente a unos 3 m por debajo de su posición inicial (Fig. 10).

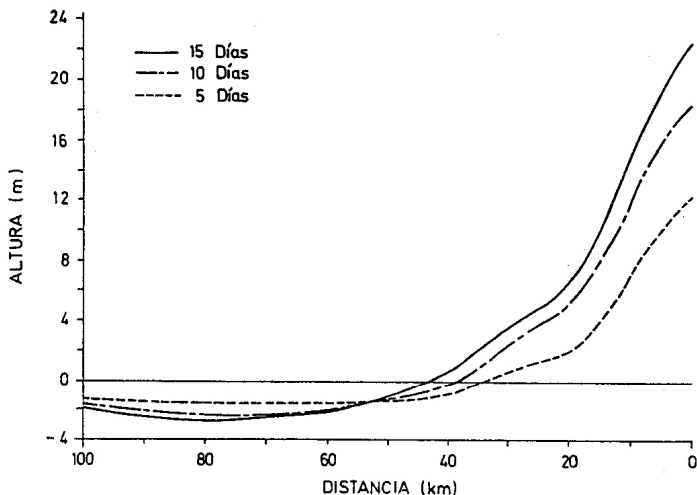


Figura 10. Elevación de la interfase en 5, 10 y 15 días de acción del viento, alcanzando en la costa 12, 16 y 23 metros, respectivamente. ( $\bar{z} = 0.1 \text{ N/m}^2$ ).

El proceso de mezcla alcanza rápidamente su valor máximo en los 10 primeros kilómetros, tendiendo a un valor constante, con el transcurso del tiempo, a mayores distancias de la costa (Fig. 11).

perpendiculares a la costa experimentan una fuerte variación en los primeros 20 km, mostrando el flujo superficial de Ekman, de valores negativos, alejándose de la costa, y el flujo de compensación subsuperficial en sentido opuesto (Fig. 12).

Las componentes de las velocidades

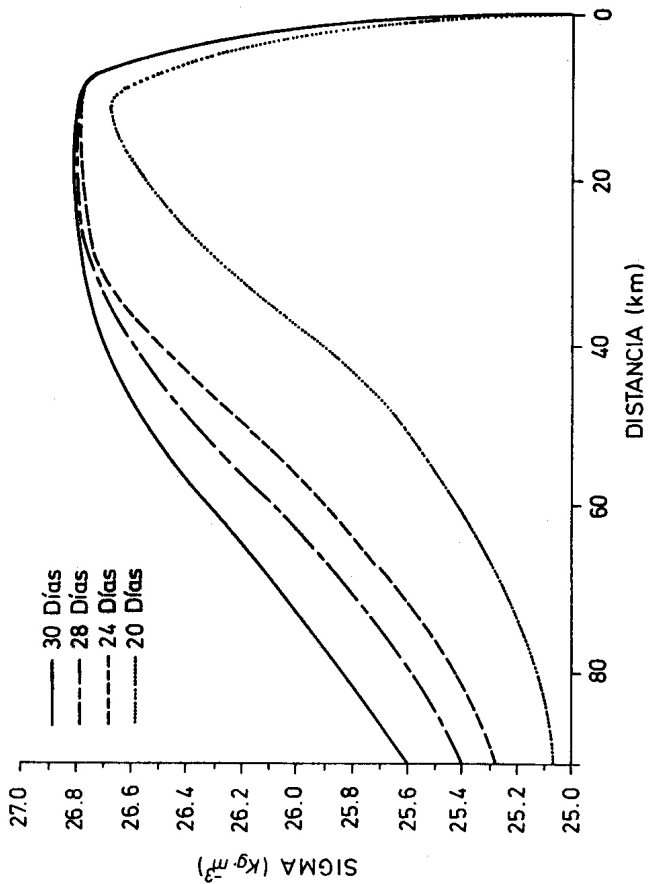


Figura 11. Proceso de mezcla en la capa de Ekman, alcanzando su mayor intensidad en la región próxima a la costa.



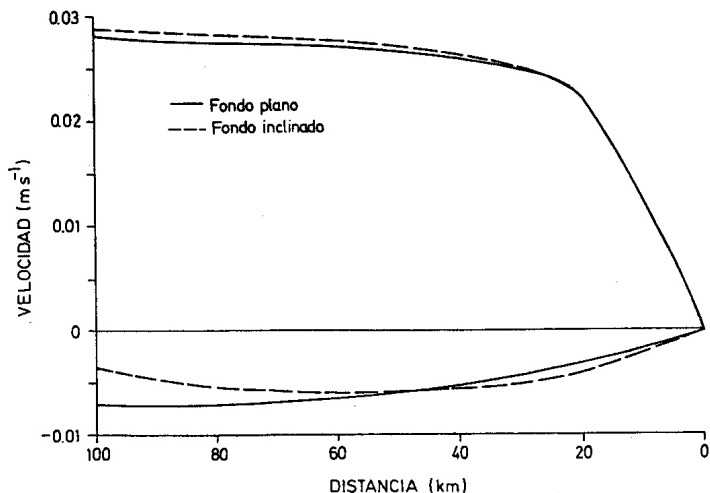


Figura 12. Perfiles de las componentes de las velocidades perpendiculares a la costa. Se observa una fuerte variación en los primeros 20 km, mostrando el flujo superficial de Ekman.

La componente longitudinal de la velocidad presenta el flujo superficial con su mayor intensidad en las cercanías de

la costa y la contracorriente subsupsficial dirigida hacia el polo (Fig 13).

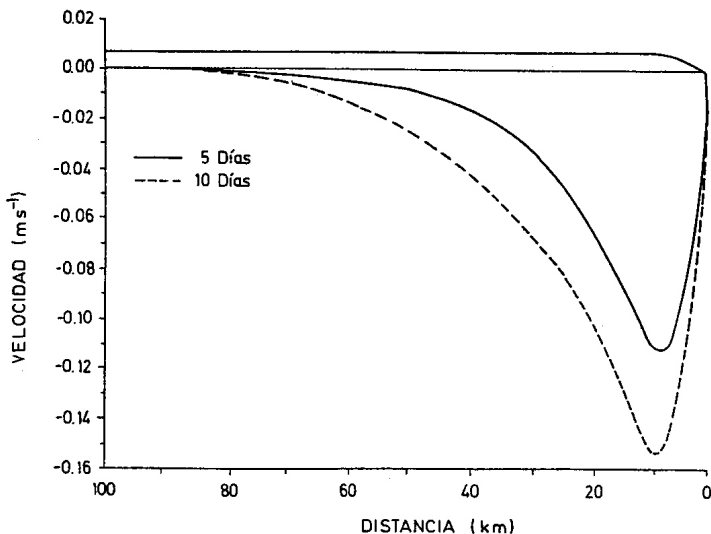


Figura 13. Perfiles de la componente longitudinal de la velocidad. Próximo a la costa se observa un fuerte flujo hacia el ecuador,  $v < 0$ . La contracorriente subsuperficial se manifiesta con valores  $v' > 0$ .

La velocidad vertical de la interfase, muestra sus valores máximos en las cercanías de la costa; en cambio,

los valores más bajos se presentan en los puntos alejados de la costa y no se observan grandes variaciones (Fig. 14).

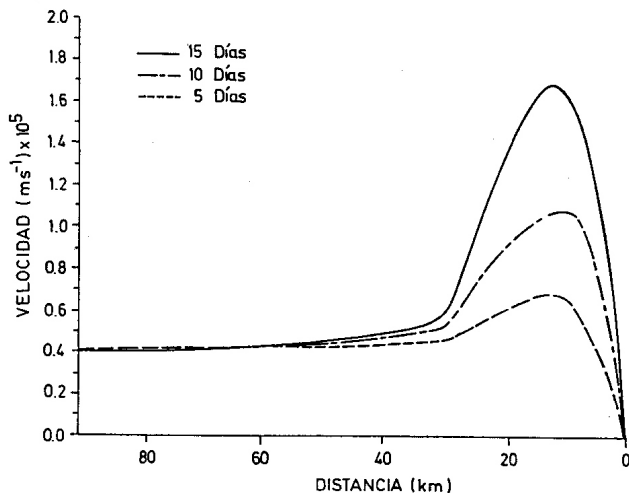


Figura 14. Velocidad de ascenso de la interfase para 5, 10 y 15 días de acción del viento ( $\bar{\tau} = 0.1 \text{ N/m}^2$ ). Próximo a la costa, en la zona de mezcla más intensa, se aprecia valores máximos de la velocidad vertical.

## DISCUSION Y CONCLUSIONES

Se ha descrito un modelo bidimensional simple de surgencia costera, considerando de manera simplificada los efectos termodinámicos y de mezcla.

El modelo de dos capas de surgencia costera, diseñado en el plano vertical a latitud constante (plano-f), entrega resultados adecuados a la realidad

dentro del marco de los parámetros, de las condiciones de contorno y de las aproximaciones realizadas.

En situación de surgencia intensa, la circulación transversal, el movimiento superficial hacia el ecuador, la contracorriente hacia el sur y la elevación de la interfase, son efectos predichos por el modelo; que también han sido observados en las áreas de surgencia costera. Bajo estas consideraciones la discusión se restringe a los efectos del forzamiento del viento sobre la capa turbulenta de Ekman, el desplazamiento de la interfase y la variación de la topografía del fondo.

Se ha podido observar que el sistema de ecuaciones de gobierno, incorporando el esfuerzo del viento formuladas para un proceso de surgencia costera, genera resultados compatibles con las observaciones oceanográficas (YOSHIDA, 1967; SMITH, 1968; O'BRIEN y HEBURN, 1983) y en Chile, por FONSECA (1977) y JOHNSON et al. (1980), las cuales dan cuenta de la conservación de la masa en dirección perpendicular a la costa. En la dirección longitudinal es posible detectar el chorro costero asociado al flujo superficial hacia el ecuador, en cambio para la capa subsuperficial la dirección corresponde a la contracorriente dirigida hacia el polo.

La estratificación próxima a la costa decrece y es incorporada agua fría desde la capa inferior dentro de la capa superficial turbulenta, la cual, por advección, es llevada lejos de la costa.

Los valores negativos de la velocidad normal a la costa dan cuenta del

flujo mar afuera en la capa superficial, en tanto que los valores positivos corresponden al flujo de retorno subsuperficial hacia la costa. Puesto que el transporte transversal  $M_x$  involucra un promedio vertical sobre las capas superficial y subsuperficial, el transporte neto es cero.

Para una evaluación del modelo en una simulación de 30 días, éste muestra un flujo superficial hacia el ecuador, de mayor intensidad próximo a la costa (chorro costero), una contracorriente subsuperficial dirigida hacia el polo, un levantamiento de la interfase, pycnoclina y ancho de la zona de surgencia, aspectos compatibles con las observaciones.

Próximo a la costa, el proceso de surgencia se produce en una escala de ancho comparable al radio de deformación baroclinico de Rossby resultando éste, para los parámetros empleados en el modelo, del orden de 10 km.

El efecto de la variación de la topografía del fondo se manifiesta en los valores del campo de velocidad, como consecuencia directa de la conservación de la masa. A 45 km de la costa el aumento de la profundidad, relacionado directamente con el espesor de la capa inferior, se observa una disminución de los valores de la componente de la velocidad normal a la costa lo que demuestra que el modelo es sensible a la variación de la topografía del fondo.

Por otra parte, puede observarse a partir de la definición del Número de Courant, para la estabilidad numérica, con la condición de Courant, Friedrich

y Lewy.

$$A\Delta t/\Delta x < 1,$$

que para los valores  $\Delta t =$  un día y  $\Delta x = 10$  km, el término  $A\Delta t/\Delta x$  es del orden de 0.3 lo que es indicativo de la estabilidad de la solución.

El modelo de dos capas de surgencia costera, diseñado en el plano vertical a latitud constante (plano-f), entrega resultados adecuados a la realidad dentro del marco de los parámetros, de las condiciones de contorno y de las aproximaciones realizadas.

En situación de surgencia intensa, la circulación transversal, el movimiento superficial hacia el ecuador, la contracorriente hacia el polo y la elevación de la interfase, son efectos predichos por el modelo y observados en las áreas de surgencia costera en aquellos lugares en los que se han efectuado mediciones, SMITH (1968), FONSECA (1977), BRINK (1983), entre otros.

Para simular una situación real de surgencia costera, se debe recurrir a mediciones y relaciones empíricas para cada caso en particular. De gran importancia es la determinación de los coeficientes de arrastre en la interfase y el fondo. Estos coeficientes son una de las fuentes más grandes de variación en los resultados y muy difíciles de determinar, pues dependen de numerosos factores como lo han demostrado Chezy y Manning (ROCA VILA, 1978). Por otra parte, los coeficientes de viscosidad turbulenta  $A$ , varían ampliamente en un rango de valores comprendidos entre  $10^5$  y  $10^7$  m s. Parte de esta variación se debe al

hecho que estos coeficientes son propiedades del flujo, no del fluido, siendo otra causa de variación el modo en que son obtenidos.

El amplio rango, en el cual, es posible encontrar los coeficientes turbulentos, junto a la complejidad de las matemáticas y la poca resolución que permiten los métodos de diferencias finitas, no hacen posible resolver la cascada de energía en los procesos turbulentos.

La validez del modelo está asociada a una buena medición de los parámetros oceanográficos del lugar de estudio, a los valores experimentales a los métodos numéricos utilizados y a las aproximaciones realizadas al diseñar el modelo.

Una extensión al modelo de dos capas debe incluir procesos de mezcla en la interfase, movimiento de la termoclina, cambios de temperatura en la capa superior, además de la topografía del fondo, para un modelo de capas múltiples.

Otros aspectos relativos a trabajos analíticos y numéricos es necesario desarrollar a futuro para comprender mejor aún la dinámica de surgencia costera, entre ellos: los aspectos tiempo dependientes de los eventos de surgencia costera (ya sea para algunos días o escalas de tiempo estacionales), la dinámica de una interfase inclinada, la influencia de la configuración de la costa y la topografía en la región de surgencia, el rol del proceso de mezcla durante la surgencia activa y de las corrientes oceánicas de gran escala semipermanentes como el caso, de la

corriente de Humboldt frente a las costas de Chile.

Por otra parte, en un trabajo posterior podrían ser incluidos al modelo aspectos tiempo-dependientes que consideren, durante la surgencia activa, las fluctuaciones del esfuerzo del viento y los procesos de mezcla, la dinámica de una interfase inclinada, la influencia de la configuración de la costa y de la batimetría en la región.

El presente modelo de dos capas, en

relación a modelos presentados por otros autores, ha sido adaptado para realizar simulaciones numéricas del fenómeno de surgencia costera utilizando la capacidad de memoria de un un computador personal.

Debe destacarse que el programa entrega resultados en un lapso relativamente breve (unas cuantas horas). Además se visualiza la posibilidad de incorporar nuevas variables físicas que permitan la simulación de un proceso de surgencia local particular.

## LISTA PARCIAL DE SIMBOLOS

$M_x, M_y$	: transporte de masa en las direcciones x e y
$M_E$	: transporte de masa en la capa de Ekman
$A_x, A_y, A_z$	: coeficientes de viscosidad turbulenta horizontales y vertical
t	: tiempo
f	: parámetro de Coriolis
$\Omega$	: frecuencia de rotación de la Tierra
$\theta$	: latitud
$\tau$	: esfuerzo del viento
$\tau_0$	: esfuerzo del viento sobre la superficie del mar

$\lambda$	:radio de deformación de Rossby
$g$	:aceleración de gravedad
$g^*$	:gravedad reducida
$h$	:profundidad inicial de la capa superior
$h'$	:profundidad total
$H$	:espesor inicial de la capa inferior
$V$	:velocidad del fluido
$F$	:fuerzas de fricción externas por unidad de masa
$R$	:número de Rossby definido por $V/fl$
$L$	:longitud de escala horizontal característica
$D$	:profundidad característica de la capa oceánica
$\rho$	:densidad de referencia para el agua de mar
$\rho, \rho'$	:promedios verticales de las densidades en las capas superior e inferior, respectivamente
$\rho_a$	:densidad del aire a nivel superficial
$P$	:presión atmosférica a nivel del mar
$p, p'$	:presiones promedios en las capas superior e inferior
$\eta$	:anomalía de la superficie libre en relación al nivel medio del del mar
$W$	:velocidad del viento a altura estándar
$C_D, C_1, C_F$	:coeficientes de arrastre para la fricción en la superficie, interfase y fondo
$\Omega_\lambda, \Omega$	:coeficientes de fricción definidos para la interfase y el fondo
$u^*$	:velocidad característica de los giros turbulentos

- $l$  :escala de longitud característica de los giros turbulentos
- $x, y, z$  :coordenadas Cartesianas;  $x$  positivo hacia el este,  $y$  positivo hacia el norte,  $z$  positivo hacia arriba
- $u, v$  :componentes en las direcciones  $x$  e  $y$  de la velocidad en la capa superior
- $u', v'$  :componentes en las direcciones  $x$  e  $y$  de la velocidad en la capa inferior
- $w$  :velocidad vertical de la interfase
- $\frac{\partial E}{\partial t}$  :flujo de calor por unidad de área
- :energía calórica solar que ingresa a la superficie del mar
- $c_p$  :calor específico del agua de mar a presión constante
- $T, T'$  :temperatura promedio verticales para las capas superior e inferior
- $K$  :coeficiente de difusión turbulento
- $\nu$  :coeficiente molecular cinemático de viscosidad
- $\mu$  :coeficiente molecular dinámico de viscosidad
- $\gamma$  :peso estadístico del filtro centrado
- $\Delta t$  :intervalo de tiempo para la integración numérica
- $\Delta x$  :intervalo horizontal de la grilla en la dirección  $x$
- $\Delta \rho$  :diferencia de densidad entre las capas
- $\sigma$  :anomalía de densidad



## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- EKMAN, V.W. 1905. On the influence of the earth's rotation on ocean currents. Arkiev. Mat. Astron. Fysik., 12: 1-52.
- SVERDRUP, H.U; M.W. JOHNSON and R.H. FLEMING. 1942. The Oceans. Prentice-Hall, inc. N.Y. 1087 pp.
- SMITH, R.L. 1968. Upwelling. Oceanogr. Mar. Biol. Ann. Rev., 6: 11-47.
- O' BRIEN, J.J. and H.E. HURLBURT. 1973. A numerical model of coastal upwelling. J. Phys. Oceanogr., 2: 14-26.
- HURLBURT, H.E. and J.D. THOMPSON. 1973. Coastal upwelling on Beta-plane. J. Phys. Oceanogr., 3(1): 16-32.
- GARVINE, W.R. 1973. The effect of bathymetry on the coastal upwelling of homogeneous water. J. Phys. Oceanogr., 3(1): 47-56.
- PEFFLEY, M.B. and J.J. O' BRIEN. 1976. A three-dimensional simulation of coastal upwelling off Oregon. J. Phys. Oceanogr., 6: 164-180.
- O' BRIEN, J.J., R.M. CLANCY, A.J. CLARKE, M. CREPON, R. ELSEBERRY, T. GAMMELSRÖD, M. MACVEAN, L.P. ROED and J.D. THOMPSON. 1977. Upwelling in the ocean: Two- and three-dimensional models of upper ocean dynamics and variability. In: Modelling and prediction of the upper layers of the ocean. E.B. KRAUS (Ed.), Pergamon Press.
- KATO, H. and O. M. PHILLIPS. 1969. On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid. J. Fluid Mech, 37: 643-655.
- TURNER, J.S. 1979. Buoyancy effects in fluids. Cambridge University Press, Cambridge, 368 pp.
- JOHNSON, R.D.; T.R. FONSECA and H.A. SIEVERS. 1980. Upwelling in the Humboldt Coastal Current near Valparaíso, Chile. J. Mar. Res., 38(1): 1-15.
- GARVINE, R.W. 1971. A simple model of coastal upwelling dynamics. J. Phys. Oceanogr., 1(3):169-179.
- YOSHIDA, K. 1967. Circulation in the eastern tropical oceans with special reference to upwelling and under currents. Japan J. Geophys., 4(2): 1-75.

- McNIDER, R.T. and J.J. O' BRIEN. 1974. A multi-layer transient model of coastal upwelling. *J. Phys. Oceanogr.*, 2: 14-26.
- O' BRIEN, J.J. and G.W. HEBURN. 1983. The state-of-the-Art in coastal ocean modelling: A numerical model of coastal Upwelling model of coastal upwelling of Perú. Including mixed layer dynamics. *Coastal Oceanography*: 113-164.
- DRAZIN, P. G. and W. H. REID 1982. Hydrodynamic stability. Cambridge at the University Press.
- WINANT, C.D. 1980. Coastal circulation and wind-induced currents, *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 12:271-301.
- NARIMOUSA, S.; R.R. LONG and S.A. KITAIGORODSKII. 1986. Entrainment due to turbulent shear flow at the interface of a stably stratified fluid. *Tellus*, 38A: 76-87.
- FOO, E-CHIEN. 1981. A two-dimentional diabatic isopycnal model-simulating the coastal upwelling front. *J. Phys. Oceanogr.*, 11(5): 604-626.
- JENKINS, G. and D. WATTS. 1968. Spectral analysis and its applications. Holden Day, California, 525 pp.
- ASSELIN, R. 1972. Frequency filter for time integrations. *Monthly Weather Review*, 100(6): 487-490.
- ROCA VILA, R. 1978. Introducción a la mecánica de los fluidos. Editorial Limusa, México, 498 pp.
- FONSECA, I. R. 1977. Proceso de surgencia en Punta Curaumilla con especial referencia a la circulación. tesis esc. de Pesquerías y Alimentos, U.C.V., 90 pp.
- MALET, B. y W. ZELLER. 1988. Sistema de ecuaciones para la respuesta del viento en un modelo de surgencia costera de dos capas. *Cienc. y Tec. del Mar, CONA* 12: 77-88.