

## APLICACION DEL ESPECTRO ROTACIONAL AL ESTUDIO DE LA BRISA MARINA EN PUNTA CURAUMILLA.

Bernardo Malet R. y Alejandro Arancibia V.\*

**ABSTRACT.** Study of the sea breeze regime at Punta Curaumilla by an application of the rotary spectrum.

The purpose of this work, is to analyze in the sea-breeze regime, the vectorial contribution to the wind velocity as a consequence of effect of the Earth rotation.

The description of this characteristics of the spectral density allows us to visualize and evaluate the contribution of the Coriolis force in the veering, in the diurnal frequency, of the winds towards the left in the Southern Hemisphere.

Key words: Coriolis force, Fourier transform, hodograph plane, rotary spectrum, rotational oscillation, sea breeze, spectral density, upwelling.

### INTRODUCCION

El objetivo de este trabajo es analizar series de tiempo, de vientos horizontales, en un régimen de brisa marina, ilustrando como es afectado el vector velocidad del viento por la contribución vectorial de la rotación de la Tierra.

Para la primavera de 1980 se seleccionó un registro continuo de velocidad del viento, en un período de predominancia de vientos del Sur, situación propicia para estudiar la brisa marina en un proceso de surgencia costera (Fonseca 1977).

La descripción de las características de la densidad espectral (Gonella 1972; Moors 1973), permite visualizar y evaluar

\* Instituto de Matemáticas y Física, Facultad de Arquitectura, Universidad de Valparaíso. Casilla 1470, Valparaíso, Chile.

la contribución de la fuerza de Coriolis en la desviación hacia la izquierda en el hemisferio Sur, de los vientos en la frecuencia diurna.

## MATERIAL Y METODOS

### Análisis rotacional

Un vector velocidad bi-dimensional puede ser representado como una cantidad evaluada complejamente, cuyas componentes rotacionales describen órbitas elípticas, periódicas, en el plano odógrafo.

Para cada frecuencia, el vector velocidad se puede descomponer en dos movimientos circulares contra-rotacionales, cada uno con su propia amplitud y fase. El giro horario corresponde a frecuencias negativas, mientras que el movimiento anti-horario a frecuencias positivas. Este procedimiento determina espectros de dos lados, definidos tanto para frecuencias negativas como positivas.

### Modelo odógrafo

Para la representación plana compleja, de un vector,

$$w(t) = u(t) + i v(t), \quad (1)$$

con  $u(t)$  y  $v(t)$  considerados procesos estocásticos estacionarios continuos, definidos positivos hacia el Este y Norte respectivamente (Jenkins & Watts 1968).

Asumiendo que  $u(t)$  y  $v(t)$ , tienen representaciones integrales de Fourier, y siendo

$t$  = tiempo

$\sigma$  = frecuencia angular

$i = \sqrt{-1}$

$B_m$  = espectro de amplitud seno y coseno de Fourier, las cuales son variables aleatorias de valor real, con  $m = 1, 2, 3, 4$ .

Utilizando integral de Fourier, con  $0 \leq t < \infty$ , se tiene para  $u(t)$ ,

$$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} u(x) \cos \sigma(t-x) dx d\sigma, \quad (2)$$

desarrollando,

$$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (B_1(\sigma) \cos(\sigma t) + B_2(\sigma) \operatorname{sen}(\sigma t)) d\sigma, \quad (3)$$

donde,

$$B_1(\sigma) = \int_0^{\infty} u(x) \cos(\sigma x) dx, \quad (4)$$

$$B_2(\sigma) = \int_0^{\infty} u(x) \operatorname{sen}(\sigma x) dx$$

Aplicando las propiedades de las funciones  $B_1$  y  $B_2$ , y estableciendo cambio de variable, se tiene,

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[B_1(\sigma) - i B_2(\sigma)]}{2} e^{i\sigma t} d\sigma, \quad (5)$$

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\sigma) e^{i\sigma t} d\sigma, \quad (6)$$

$$U(\sigma) = \begin{cases} [B_1(\sigma) - i B_2(\sigma)] / 2 & \text{si } \sigma \geq 0 \\ [B_1(\sigma) + i B_2(\sigma)] / 2 & \text{si } \sigma \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Utilizando la transformada de Fourier, se tiene,

$$U(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\sigma t} dt \quad (8)$$

Análogamente, para  $v(t)$ , se obtiene,

$$V(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-i\sigma t} dt, \quad (9)$$

con,

$$V(\sigma) = \begin{cases} [B_3(\sigma) - i B_4(\sigma)] / 2 & \text{si } \sigma \geq 0 \\ [B_3(\sigma) + i B_4(\sigma)] / 2 & \text{si } \sigma \leq 0 \end{cases}, \quad (10)$$

Sin ninguna pérdida de generalidad, los  $B_m$ , pueden ser representados en términos de las variables aleatorias evaluadas realmente,  $A$ ,  $C$ ,  $\emptyset$ ,  $\theta$ , donde  $A$  y  $C$  son no-negativas y  $\emptyset$  y  $\theta$  están en el rango de 0 a  $2\pi$  radianes. Esto, para mantener la diferencia de fase entre  $u(t)$  y  $v(t)$  sin introducir un nuevo parámetro.

Se construye,

$$\begin{aligned} B_1 &= A \cos \emptyset + C \cos \theta \\ B_2 &= -A \sin \emptyset - C \sin \theta \\ B_3 &= A \sin \emptyset - C \sin \theta \\ B_4 &= A \cos \emptyset - C \cos \theta \end{aligned} \quad (11)$$

Desarrollando,

$$A = \frac{1}{2} [(B_1 + B_4)^2 + (B_3 - B_2)^2]^{1/2}, \quad (12)$$

$$C = \frac{1}{2} [(B_4 - B_1)^2 + (B_3 + B_2)^2]^{1/2}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{B_2 + B_3}{B_4 - B_1} \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \emptyset = \frac{B_3 - B_2}{B_1 + B_4}, \quad (14)$$

Reemplazando en (3),

$$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A \cos(\sigma t + \emptyset) + C \cos(\sigma t + \theta)] d\sigma, \quad (15)$$

de manera análoga para  $v(t)$ ,

$$v(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A \sin(\sigma t + \emptyset) - C \sin(\sigma t + \theta)] d\sigma, \quad (16)$$

Reemplazando en (1) y expresando en forma exponencial,

$$w(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A e^{(\sigma t + \theta)i} + C e^{-(\sigma t + \theta)i}] d\sigma \quad , (17)$$

girando los ejes en el ángulo  $\frac{\theta - \theta}{2}$ , multiplicando por

$$e^{i\frac{(\theta - \theta)}{2}} \text{ y haciendo } \Psi = \frac{\theta + \theta}{2}, \text{ se tiene,}$$

$$w(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A e^{i(\sigma t + \Psi)} + C e^{-i(\sigma t + \Psi)}] d\sigma \quad , (18)$$

donde el integrando representa una elipse.

Designando el integrando como  $f(z)$ , se puede escribir,

$$f(z) = (A - C) \left[ \frac{e^{i(\sigma t + \Psi)} + e^{-i(\sigma t + \Psi)}}{2} \right] + \\ + i (A - C) \left[ \frac{e^{i(\sigma t + \Psi)} - e^{-i(\sigma t + \Psi)}}{2} \right] \quad , (19)$$

Expresado en forma trigonométrica,

$$f(z) = (A + C) \cos (\sigma t + \Psi) + i (A - C) \sin (\sigma t + \Psi) \quad , (20)$$

En el plano  $z = 0$ , las componentes rectangulares,

$$x = (A + C) \cos (\sigma t + \Psi) \quad , (21)$$

$$y = (A - C) \sin (\sigma t + \Psi) \quad , (22)$$

representan a una elipse. Por lo tanto, la integral,

$$w(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A e^{i(\sigma t + \Psi)} - C e^{-i(\sigma t + \Psi)}] d\sigma \quad , (23)$$

representa una superposición de elipses, que se pueden combinar linealmente, dado que el conjunto de ellas es un espacio vectorial.

De esta forma, la trayectoria odógrafa del vector velocidad, está compuesta por una superposición de elipses descritas por  $A$ ,  $C$ ,  $\theta$  y  $\theta$ , existiendo una elipse por cada valor de  $\theta$ .

En el plano odógrafo  $|A + C|$  es la longitud del semi-eje mayor y  $|A - C|$  la longitud del semi-eje menor de la elipse,  $(\theta - \theta)/2$  la dirección del eje mayor y  $(\theta + \theta)/2$  la fase temporal de la elipse.

La amplitud  $A$  corresponde a la componente anti-horaria del movimiento y  $C$  corresponde a la componente horaria.

El espectro rotacional está representado por los factores de potencia  $2 T A^2$  versus frecuencia, en la frecuencia positiva, y  $2 T C^2$  versus frecuencia, en la frecuencia negativa, siendo  $T$ , la longitud total del registro temporal.

### Series de tiempo de la brisa marina

El fuerte contraste térmico, creado por calentamiento superficial de la tierra, induce durante el día una circulación convectiva mar-tierra. Al caer la tarde, la tierra se enfría más rápidamente que el mar, como consecuencia de las diferencias de capacidad calórica, invirtiéndose el fenómeno a una brisa tierra-mar, fig. 1.

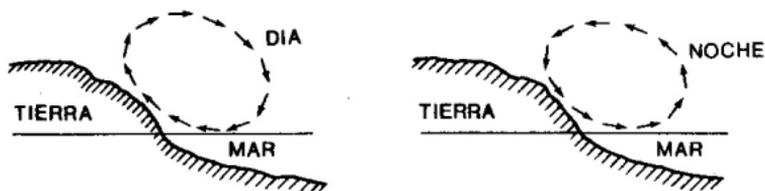


Fig. 1. Esquema del movimiento convectivo de la brisa marina.

Durante la primavera de 1980, se instaló en Punta Curaumilla, un anemógrafo mecánico, de registro continuo, modelo Woelfle 1483, ubicado a 87 metros sobre el nivel medio del mar.

Para los fines del experimento se seleccionó un registro de velocidad de vientos favorables a la surgencia (vientos provenientes del Sur), el que fue digitizado cada una hora, durante el período comprendido desde el 6 al 14 de noviembre de 1980.

La elección de Punta Curaumilla (fig. 2), obedeció a su excelente exposición al viento, además de presentar, en el período primavera-verano, condiciones para el desarrollo de surgencia costera.

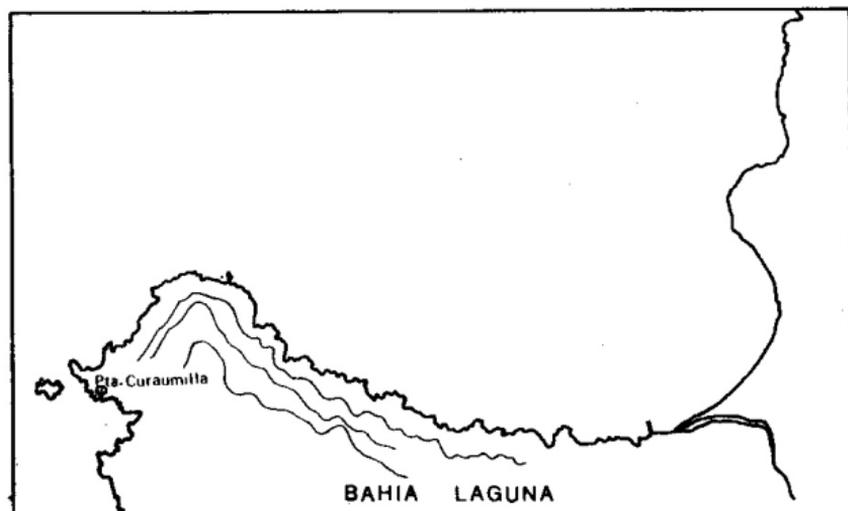


Fig. 2. Posición geográfica de Punta Curaumilla. Lat. 33°06'; Long. 71°45'.  
○ indica posición del anemógrafo.

## RESULTADOS

En el registro considerado, la intensidad de los vientos del Sur fue favorable a la surgencia costera, a partir del 6 de noviembre, notándose además la persistencia de la brisa marina, componentes Este-Oeste, en el período comprendido desde el 6 al 13 de noviembre de 1980 (fig. 3).

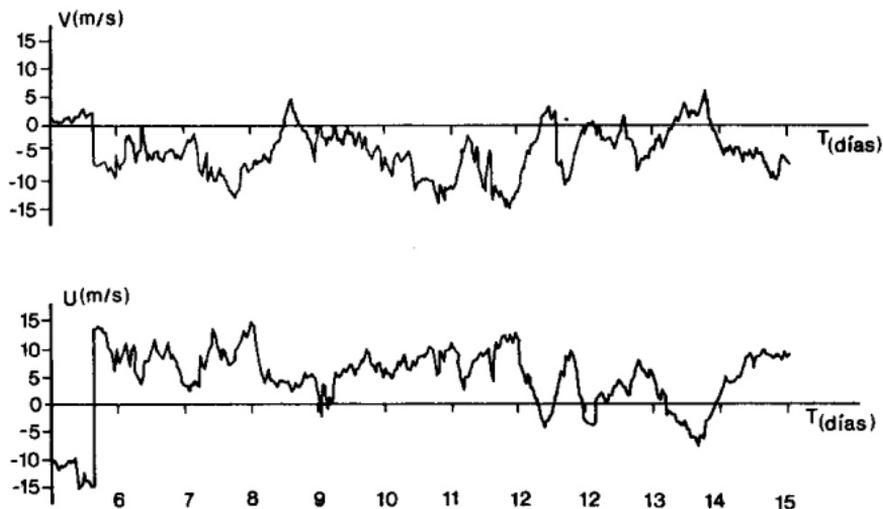


Fig. 3. Series de tiempo, de las componentes horizontales del viento, registradas en Punta Curaumilla; 5 al 15 de noviembre de 1980.

El espectro rotacional de los vientos (fig. 4), presenta peaks significativos, a  $\pm 0,042$  ciclos/hora, que representan la contribución de la brisa marina.

El peak de la rotación anti-horaria, a  $+ 0,042$  ciclos/hora, es de mayor magnitud que aquel a  $- 0,042$  ciclos/hora (fig. 5).

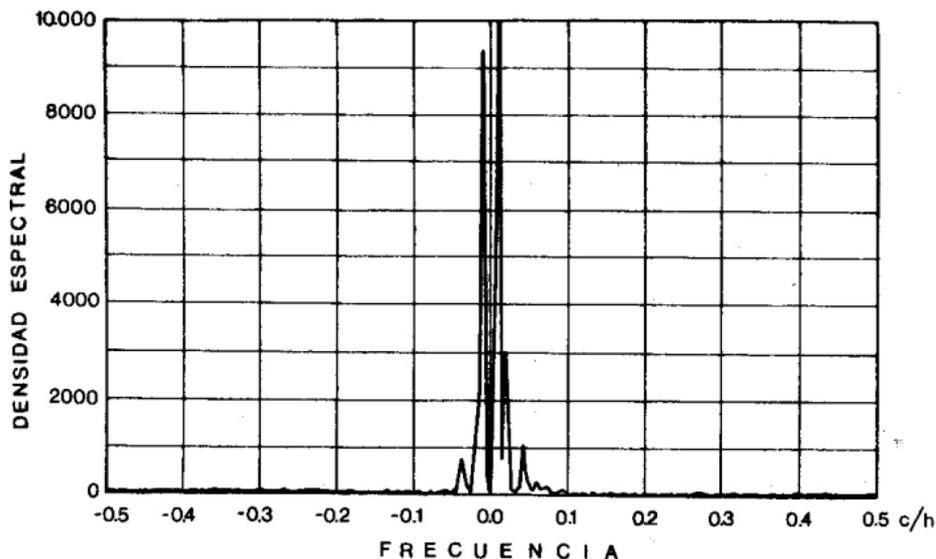


Fig. 4. Espectro rotacional de los vientos en Punta Curaumilla. 9 días de registro a partir del 6 de noviembre de 1980. El peak A  $\pm 0,042$  ciclos/hora corresponde a la brisa marina.

#### DISCUSION

En el régimen de brisa marina, el espectro rotacional de series de vientos horizontales, muestra peaks significativos en el período de 24 horas.

La diferencia de altura de los peaks muestra que la contribución anti-horaria, en la frecuencia de la brisa marina  $+ 0,042$  ciclos/hora, es mayor que la contribución del giro de rotación horaria a  $- 0,042$  ciclos/hora. Por lo tanto, la energía de rotación, más intensa en la frecuencia  $+ 0,042$  ciclos/hora, indica claramente que la circulación en esta frecuencia es predominante en las oscilaciones rotacionales anti-horarias, ejerciendo la aceleración de Coriolis una permanente influencia sobre el giro del viento, hacia la izquierda, durante el suceso de brisa marina.

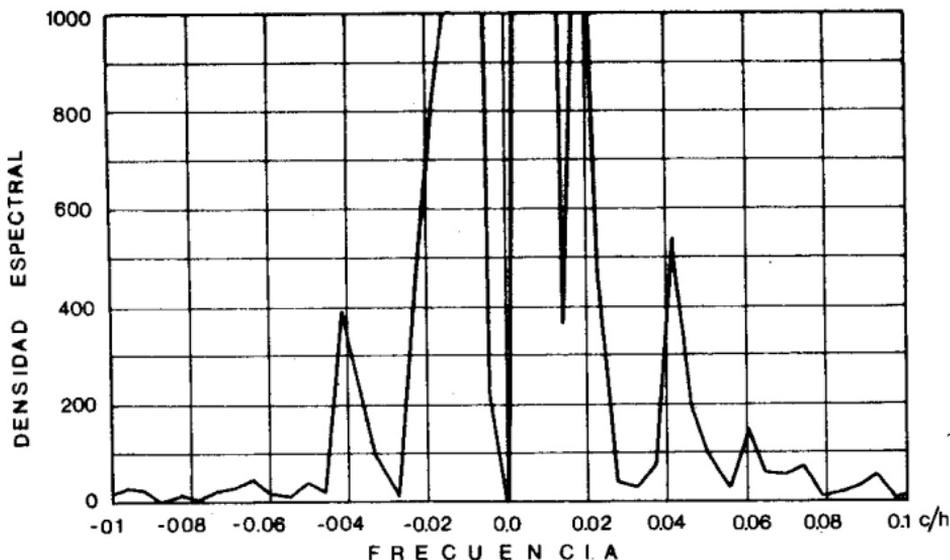


Fig. 5. Cambio de escala, mostrando mayor resolución, para el espectro rotacional.

#### RESUMEN Y CONCLUSIONES

Para una serie de tiempo, de vientos horizontales, se ha descrito la teoría del espectro rotacional.

Las componentes Norte-Sur de la serie vectorial, velocidad del viento, muestran predominio de vientos del Sur. Las componentes Este-Oeste presentan un régimen de brisa marina.

Una aplicación de la técnica del espectro rotacional, para una serie de tiempo de vientos registrada en Punta Curaumilla, muestra que la circulación de la brisa marina es predominantemente una oscilación rotacional anti-horaria, lo cual indica que la fuerza de Coriolis, en la frecuencia de la brisa marina, está ejerciendo una influencia permanente en el giro de los vientos hacia la izquierda.

AGRADECIMIENTOS. Los autores agradecen, a los señores Carlos Grego A. y Edmundo Vallejos S., la revisión crítica de los métodos matemáticos utilizados.

#### LITERATURA CITADA

- Fonseca, T. Proceso de surgencia en Punta Curaumilla con especial referencia  
1977 a la circulación. Tesis Oceanografía, Universidad Católica de Valparaíso, pp. 48-49.
- Gonella, J. A rotary component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series. *Deep Sea Research* 19: 833-846.  
1972
- Jenkins, G. and D. Watts. Spectral analysis and its applications. Holden  
1968 Day, California, 525 pp.
- Moors, C. A technique for the cross-spectrum analysis of pairs of complex  
1973 valued time series, with emphasis on properties of polarized components and rotational invariants. *Deep Sea Research* 20: 1129-1141.